Elementos de Estatística

Prof. Marcel de Toledo Vieira, PhD

Prof. Lupércio França Bessegato, DSc

Testes de Hipóteses
(Parte 2)

Marcel de Toledo Vieira

Testes para uma Proporção

- Podemos também testar afirmativas sobre **proporções** populacionais.

- Observe que uma proporção nada mais é do que a **média** de uma variável dicotômica!

- Assim todos os princípios que vimos para os testes para as médias serão **válidos** também para os testes para proporções.

Testes para uma Proporção

- Notação:
  - n = tamanho da amostra
  - $\hat{p}$ = proporção amostral
  - p_0 = proporção populacional (usada na hipótese nula do teste)
  - $q_0 = 1 - p_0$

Testes para uma Proporção

- Afirmativas sobre uma proporção populacional são usualmente testadas através do uso de uma distribuição **normal** como uma apróximação para a distribuição binomial.

- Para que a distribuição amostral das proporções amostrais possa ser **apróximada** pela normal estaremos supondo que $np_0 \geq 5$ e $nq_0 \geq 5$.

- A **estatística do teste** neste caso será então

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$$

e terá distribuição **normal padrão**.

  - Pode-se utilizar uma tabela da normal **ou** um pacote estatístico computacional para determinarmos a probabilidade de obtermos um valor de Z tão extremo ou mais do que o observado.

Passo a Passo...

1. Defina as hipóteses nula (H_0) e alternativa (H_1). O teste deve ser realizado com o objetivo de avaliar o quão forte é a evidência contra H_0.

2. Defina o valor de α .

3. Calcule o valor da estatística do teste.

4. Encontre o valor de p.

Exemplo

- Cremos que uma determinada enfermidade se apresenta, em maior medida, nos homens que nas mulheres. Para verificarmos isso, selecionamos uma amostra aleatória de 100 desses enfermos e observamos que 70 são homens. O que podemos concluir?

- Podemos definir inicialmente as hipóteses nula e alternativa:

$$H_0 : p_0 = 0{,}50$$
$$H_1 : p > 0{,}50$$

- Podemos agora calcular a proporção de homens na amostra:

$$\hat{p} = \frac{70}{100} = 0{,}70$$

Exemplo (Solução)

- Em seguida, iremos calcular a estatística de teste:

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0,70 - 0,50}{\sqrt{\frac{0,5 \cdot 0,5}{100}}} = \frac{0,20}{0,05} = 4$$

- Podemos agora calcular o valor de p:

$[P(Z > 4,00) = 1 - P(Z \leq 4,00) < 0,0001$ **(Tabela da Normal)**

Exemplo (Solução)

GRÁFICO NO QUADRO

Teste-z – Exemplo (Solução)

- O valor de p calculado indica que temos evidências suficientes de que a propensão doentes do sexo masculino seja maior que 50%!
- Esta afirmativa é válida para níveis de significância de 1%, 5% ou 10%.
- Sendo assim, temos evidências suficientes para rejeitar H_0.

Tipos de Erro em um Teste Estatístico

- Na prática, estamos observando apenas uma amostra e **não** temos conhecimento sobre a realidade na população.

Realidade (desconhecida)	Decisão do teste	
	aceita H_0	rejeita H_0
H_0 verdadeira	decisão correta (probab = $1-\alpha$)	erro tipo I (probab = α)
H_0 falsa	erro tipo II (probab = β)	decisão correta (probab = $1-\beta$)

Tipos de Erro em um Teste Estatístico

$$P(\text{erro tipo I}) = P(\text{rejeitar } \mathrm{H}_0 \setminus \mathrm{H}_0 \text{ é verdadeira}) = \alpha$$
$$P(\text{erro tipo II}) = P(\text{aceitar } \mathrm{H}_0 \setminus \mathrm{H}_0 \text{ é falsa}) = \beta$$

e

$$P(\text{aceitar } \mathrm{H}_0 \setminus \mathrm{H}_0 \text{ é verdadeira}) = (1-\alpha)$$
$$P(\text{rejeitar } \mathrm{H}_0 \setminus \mathrm{H}_0 \text{ é falsa}) = (1-\beta)$$

- Desejamos obviamente **reduzir** os dois tipos de erros. Porém não é possível evitá-los completamente!
- Esta é uma tarefa **difícil** uma vez que para uma amostra de determinado tamanho, β aumenta na medida que reduzimos α, e vice-versa.

Tipos de Erro em um Teste Estatístico

- **Possível solução**: a probabilidade de ocorrência de ambos erros pode reduzir simultaneamente quando o tamanho da amostra é aumentado!
  - Para um valor **fixo** de α, um aumento do tamanho da amostra n irá causar uma redução em β;
  - Para um tamanho amostral fixo n, uma redução em α irá causar um aumento em β. **De maneira analoga**, um aumento em α irá causar uma redução em β.
  - Para reduzir **tanto** α **quanto** β, aumente o tamanho da amostra!

Poder do Teste

- O **poder** de um teste de hipóteses é a probabilidade $(1 - \beta)$ de rejeição de uma hipótese nula falsa.
- O poder é calculado considerando um nível de significância α **específico** e um valor alternativo **específico** para o valor que se assume verdadeiro na hipótese nula do teste.

Exercícios