

Exemplos – Probabilidade

1. Sejam os eventos A, B e C. Encontre expressões para os seguintes eventos:
 - a. Ocorre exatamente um dos eventos;
 - b. Ocorrem exatamente dois dos eventos;
 - c. Ocorrem um ou mais eventos;
 - d. Ocorrem dois ou mais eventos;
 - e. Nenhum dos eventos ocorre.
2. Entre as várias tecnologias para detectar a presença do HIV, a primeira a se difundir no Brasil foi o teste de ELISA (*Enzymelinked innunosorbent assay*). Em 1985 esta técnica foi simultaneamente comercializada por vários laboratórios americanos. Dentre eles, o laboratório ABBOT relatou em seus teste preliminares, sensibilidade de 95% e especificidade de 99,8% (os valores para os outros laboratórios são parecidos). *Sensibilidade* de um teste diagnóstico é a probabilidade de o teste ser positivo para a doença, dado que o paciente é portador dela. Por sua vez, *especificidade* é a probabilidade de o teste ser negativo para a doença, dado que o paciente não é portador. Considere que a prevalência da doença na população em questão seja 1/10.000.
 - a. Calcule a probabilidade de a pessoa não ser portadora do vírus HIV, dado que o teste é negativo (denominado Valor de Predição Negativa – VPN).
 - b. Calcule a probabilidade de a pessoa ser portadora do vírus HIV, dado que o teste é positivo (denominado Valor de Predição Positiva – VPP).
 - c. Calcule a proporção de falsos resultados (falso positivo – PFP e falso negativo – PFN).
 - d. Refaça os itens anteriores para uma prevalência de 1/1.000.
3. *Enigma do Prisioneiro* – Três prisioneiros são informados pelo carcereiro que um deles foi escolhido aleatoriamente para ser executado e os outros dois serão libertados. O prisioneiro A pede ao carcereiro que lhe conte reservadamente qual dos de seus companheiros de prisão será libertado, dizendo que não haveria dano em divulgar esta informação porque ele já sabe que pelo menos um dos dois será libertado. O carcereiro recusa-se a responder a essa questão, dizendo que se A soubesse qual de seus colegas seria libertado então a probabilidade de que ele mesmo viesse a ser executado aumentaria de 1/3 para 1/2. O que você pensa do raciocínio do carcereiro?
4. *Paradoxo do Aniversário* – Encontre a probabilidade de dois ou mais estudantes terem a mesma data de aniversário em uma sala de 30 alunos?
5. Um baralho é dividido aleatoriamente em quatro pilhas de 13 cartas cada. Calcule a probabilidade de cada pilha ter exatamente um ás?
6. Uma companhia seguradora acredita que as pessoas podem ser divididas em duas classes: aquelas que são susceptíveis a acidentes e aquelas que não são. Suas estatísticas indicam que uma pessoa susceptível a acidente se acidentará em algum instante, num período de um ano, com probabilidade 0,4. Essa probabilidade é de 0,20 para uma pessoa não susceptível. Assume-se que 30% da população é susceptível a acidentes.
 - a. Qual a probabilidade de que um novo segurado não terá um acidente em até um ano após a aquisição de uma apólice. *Resp.: 0,26*
 - b. Suponha que o novo segurado sofra um acidente no período de um ano da aquisição da apólice. Qual é a probabilidade de que ele ou ela sejam susceptíveis a acidentes? *Resp.: 0,46*

7. *Aplicação em Confiabilidade* – A *confiabilidade* de um sistema ou componente é a probabilidade que ele funcione. Muitos sistemas são construídos com redundâncias nos componentes, permitindo alternativas de funcionamento em caso de falhas de algum componente. Considere um sistema com dois subsistemas em série S_1 e S_2 com respectivamente m_1 e m_2 componentes idênticos em paralelo. Seja A_{ij} , $i = 1, 2$ e $j = 1, 2, \dots, m_i$, o evento em que o componente j do subsistema S_i funciona. Desejamos estabelecer valores para o número de componentes, de modo a obter uma confiabilidade no sistema de pelo menos γ ($0 < \gamma < 1$). Assumimos independência entre os subsistemas e entre os componentes dentro de cada subsistema. Para o sistema funcionar basta que um dos componentes de cada subsistema funcione. Considere os componentes com custos iguais nos dois subsistemas, confiabilidade $\gamma = 0,99$, $\alpha_1 = 0,7$ e $\alpha_2 = 0,8$.