

Lista nº 2– Variáveis Aleatórias

1. (Moore e McCabe – ex.: 4.39, pág. 183). Um estudo de mobilidade social em certo país estudou a classe socioeconômica atingida pelos filhos de classe com menor renda. As classes socioeconômicas são numeradas de 1 (menor renda) até 5 (maior renda). Seja X a variável aleatória que define a classe socioeconômica de um filho escolhido aleatoriamente entre os pais da classe 1. O estudo revelou a seguinte distribuição de X :

Classe do filho	1	2	3	4	5
Probabilidade	0,48	0,38	0,08	0,05	0,01

- Que percentagem de filhos de pais atinge a classe 5?
 - Essa distribuição atende as duas exigências para uma distribuição discreta de probabilidades?
 - Quanto é $P\{X \geq 3\}$? (O evento “ $\{X \geq 3\}$ ” inclui o valor 3).
 - Quanto é $P\{X < 3\}$?
 - Escreva, em termos de valores de X , o evento “um filho de pai de classe socioeconômica de menor renda uma das duas classes de renda mais elevada”?
2. (Moore e McCabe – ex.: 4.45, pág. 184). Seja X a variável aleatória que descreve o sorteio de um número aleatório com a curva de densidade uniforme entre 0 e 1. Determine as seguintes probabilidades:
- $P\{0 \leq X \leq 0,4\}$.
 - $P\{0,4 \leq X \leq 1\}$.
 - $P\{0,3 \leq X \leq 0,5\}$.
 - $P\{0,3 < X < 0,5\}$.
 - $P\{0,226 \leq X \leq 0,713\}$.
3. (Moore e McCabe – ex.: 4.47, pág. 184). São gerados dois números aleatórios entre 0 e 1. Seja Y sua soma, logo Y é uma variável aleatória contínua que pode assumir qualquer valor entre 0 e 2. A curva de densidade de Y está mostrada na tela do Datashow.
- Verifique geometricamente se a área sob a curva é 1.
 - Qual é a probabilidade de Y ser menor do que 1? (Esboce a curva de densidade, sombreie a área que representa a probabilidade e determine essa área. Faça o mesmo para (c).)
 - Qual é a probabilidade de Y ser menor do que 0,5?
4. (Moore et al – seção 4.4). Uma empresa de comunicações vende aparelhos de comunicação de aeronaves, tanto para clientes civis como militares. As vendas do próximo ano dependem das condições de mercado, que não podem ser preditas com exatidão. Esta empresa adota a prática de usar estimativas probabilísticas para vendas. A divisão de vendas militares estima suas vendas como segue:

Unidades vendidas	1.000	3.000	5.000	1.0000
Probabilidade	0,1	0,3	0,4	0,2

Quanto à divisão de vendas civis, as suas estimativas são:

Unidades vendidas	300	500	750
Probabilidade	0,4	0,5	0,1

Essas são probabilidades que expressam uma opinião pessoal, fundamentada, dos executivos da empresa.

Sejam as variáveis aleatórias X , o número de unidades vendidas aos clientes militares e Y , o número de unidades vendidas aos civis. Considere que X e Y são independentes (ou que são não correlacionadas).

Sabe-se também que a empresa obtém um lucro de \$2.000 com cada unidade vendida aos militares e um lucro de \$3.500 com cada unidade vendida aos civis.

- a. Quais as médias de unidades vendidas aos militares e aos civis?
 - b. Qual o lucro médio total da empresa no próximo ano?
 - c. Quais os desvios padrão de unidades vendidas aos militares e aos civis?
 - d. Qual o desvio padrão do lucro total da empresa no próximo ano?
 - e. Assinale uma possível situação em que X e Y sejam independentes.
5. (Moore e McCabe – ex.: 4.52, 4.71, 4.72, págs. 192 e 194) Uma companhia de seguros vende uma apólice de seguro de vida temporário a um homem de 21 anos de idade; essa apólice pagará \$100.000 se o segurado morrer dentro dos próximos 5 anos. A probabilidade de um homem escolhido aleatoriamente morrer a cada ano pode ser encontrada nas tabelas de mortalidade. A companhia recebe um prêmio anual de \$250 em pagamento do seguro. O montante X que a companhia ganha nessa apólice é \$250 por ano, menos \$100.000 que ela deve pagar, em caso de morte do segurado. Eis a distribuição de X .

Idade na morte	21	22	23	24	25	≥ 26
Pagamento	-\$99.750	-\$99.500	-\$99.250	-\$99.000	-\$98.750	\$1.250
Probabilidade	0,00183	0,00186	0,00189	0,00191	0,00193	

- a. Complete a probabilidade faltante e calcule o ganho médio μ_x .

O risco de um investimento costuma ser avaliado pelo desvio-padrão do retorno proporcionado pelo investimento. Quanto mais variável é o retorno (quanto maior é o σ), maior é o risco do investimento. Podemos medir o risco de segurar a vida de uma pessoa calculando o desvio-padrão da importância (prêmio) X que o segurador receberá.

- b. Determine σ_x , utilizando a distribuição dada no enunciado dessa questão e a média obtida em (a).
- c. Suponha que seguramos dois jovens de 21 anos e que suas idades na morte sejam independentes. Se X e Y são a receita do segurador decorrente de duas apólices de seguro, a receita total é $T = X + Y$. A média e a variância de X e Y são aquelas calculadas em (a) e (b). Quais são a média μ_T e o desvio-padrão σ_x da receita total T do segurador?

O risco obtido em (c) é reduzido se seguramos as vidas de muitas pessoas. Com auxílio do resultado do exercício anterior e das regras para as médias e variâncias, responda as seguintes perguntas:

- d. A receita média do segurador, nas duas apólices, é

$$Z = \frac{X + Y}{2} = \frac{1}{2}X + \frac{1}{2}Y.$$

Ache a média e o desvio-padrão de Z . Você verá que a média é a mesma que para uma apólice única, mas o desvio-padrão é menor.

- e. Se quatro jovens de 21 anos são segurados a receita média do segurador é

$$Z = \frac{1}{4}(X_1 + X_2 + X_3 + X_4),$$

onde X_i é a receita proveniente do seguro de um indivíduo. Os X_i são independentes e cada um tem a mesma distribuição que anteriormente. Ache a e e o desvio-padrão de Z . Compare seus resultados com aqueles obtidos em (d).

Fontes:

MOORE, D. S.; MCCABE, G. P. *Introdução à prática da estatística*. 3ª. Ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002

MOORE, D. S.; MCCABE, G. P.; DUCKWORTH, W. M.; SCLOVE, S. L. *A Prática da estatística empresarial: como usar dados para tomar decisões*. Rio de Janeiro: LTC, 2006.