

Lista de Exercícios nº 7 – Teoria de Filas

- 1) As máquinas em uma fábrica quebram a uma taxa exponencial igual a seis por hora. Há um único operário para reparar as máquinas, e ele faz isso a uma taxa de oito máquinas por hora. O custo na perda da produção por máquinas fora de uso é de \$10 por hora por máquina. Qual é o custo médio por hora com máquinas paradas?
- 2) Calcule L e W para uma fila $M/M/1$ com taxa de chegada λ e taxa de atendimento 2μ e para uma fila $M/M/2$ com taxa de chegada λ e taxa de atendimento μ para cada servidor?
- 3) Um supermercado possui dois caixas, cada um atendendo a uma taxa de μ clientes por minuto. Os clientes chegam à fila única a uma taxa exponencial λ . Um dos funcionários permanece no caixa o tempo todo, enquanto o outro fica trabalhando em outro setor e só atende no caixa quando há pelo menos dois clientes no sistema.
 - a) A que taxa o número de clientes do sistema passa de 0 para 1? E de 2 para 1?
 - b) Qual é a proporção de tempo que o segundo funcionário gasta no caixa?
- 4) Considere uma fila $M/M/1$.
 - a) Mostre que a probabilidade de termos pelo menos n clientes no sistema é igual a $(\mu/\lambda)^n$;
 - b) Use o resultado da letra *a* para encontrar o valor de μ tal que, para valores dados de λ , n e α , com $0 < \alpha < 1$, a probabilidade de n ou mais clientes no sistema seja α . Este valor de μ deve ser dado explicitamente como função de λ , n e α .
 - c) Use a fórmula desenvolvida em b) para encontrar μ quando $\lambda=10$, $n=3$ e $\alpha=0,05$.
- 5) Pessoas chegam a um telefone público com intervalos de tempo exponencialmente distribuídos com média igual a 12 minutos. O tempo total gasto por cada cliente no telefone tem distribuição exponencial com média igual a 4 minutos.
 - a) Qual é a probabilidade de que alguém que chegue no telefone tenha que esperar para usa-lo?
 - b) Qual é o tempo médio de espera na fila?
 - c) A companhia telefônica planeja adicionar um segundo telefone caso a demanda cresça de tal forma que $W \geq 5$ minutos. Qual deve ser a taxa de chegada de clientes para que tenhamos $W = 5$ minutos?
- 6) Para uma fila $M/M/1$ calcule:
 - a) O número esperado de chegadas durante o período de um atendimento;
 - b) A probabilidade que não chegue nenhum cliente durante o período de um atendimento;
- 7) O gerente de um mercado pode contratar Leandro ou Lucas. Leandro atende a uma taxa exponencial de 20 clientes por hora e pode ser contratado a uma taxa de \$3 por hora. Lucas atende a uma taxa de 30 clientes por hora, podendo ser contratado a uma taxa de \$ c por hora.

O gerente estima que, em média, cada hora do cliente custa \$1 e pode ser contabilizada no modelo. Se os clientes chegam a uma taxa Poisson de 10 por hora, então:

 - a) Qual é o custo médio por hora se Leandro é contratado? E se Lucas é contratado?
 - b) Encontre c se o custo médio por hora é o mesmo para Lucas e Leandro.
- 8) Considere um sistema servidor seqüencial, consistindo de dois servidores A e B. Os clientes que chegam, entrarão neste sistema somente se o servidor A estiver livre. Se um cliente entrar, então ele é atendido imediatamente pelo servidor ^a Quando seu atendimento por A é concluído, ele vai então para B se B estiver livre. Se B estiver ocupado, ele sai do sistema.

Assumindo que a taxa de Poisson de chegada é dois clientes por hora, e que os atendimentos A e B têm taxas exponenciais de 4 e 2 clientes por hora, respectivamente, determine:

 - a) A proporção de clientes que entra no sistema;
 - b) A proporção de clientes que entram no sistema e que são atendidos por B;
 - c) O número médio de clientes no sistema;
 - d) A quantidade média de tempo que um cliente gasta no sistema.

- 9) Suponha um sistema de perda de Erlang com taxa de chegada Poisson $\lambda = 2$ e suponha que há três servidores, cada qual com uma distribuição de atendimento uniformemente distribuída sobre $[0,2)$. Que proporção de clientes potenciais é perdida?
- 10) Uma mercearia possui a seguinte regra para definir o número de caixas operando na loja dependendo do número de clientes:

Nº de clientes na loja	Nº de caixas operando
1 a 3	1
4 a 6	2
mais de 6	3

A taxa de chegada, com distribuição de Poisson, é 10 clientes por hora e o tempo de atendimento, com distribuição exponencial, é 12 minutos/cliente.

- a) Determine a distribuição de probabilidade p_n de n clientes no sistema;
- b) Qual a probabilidade de que somente um caixa esteja operando?
- c) Qual é o número esperado de caixas ociosos?
- 11) A taxa de chegadas de carros é 6 carros por hora, com distribuição de Poisson, em um estacionamento que possui 5 vagas. O intervalo de tempo que os carros ficam estacionados é distribuído exponencialmente com média de 30 minutos. Os carros que não encontram vaga disponível, podem esperar em uma área provisória até que algum carro estacionado deixe o estacionamento. Esta área pode suportar até três carros. Os carros que não conseguem estacionar nem aguardar na área provisória vão embora. Determine:
- a) A probabilidade de haver n carros no sistema (P_n);
- b) A taxa efetiva de chegada (λ_a).
- c) O número médio de carros no estacionamento e na área provisória;
- d) O tempo médio que um carro aguarda na área provisória;
- e) O fator de utilização do estacionamento;
- 12) Um lava-jato recebe, em média 4 carros por hora, com distribuição de Poisson e o tempo de atendimento é de 10 minutos por carro, com distribuição exponencial se a lavagem é realizada por um funcionário. Se a lavagem for realizada por uma máquina, o tempo de atendimento é também 10 minutos, porém determinístico. Comparar as medidas de desempenho do sistema operando com o funcionário e com a máquina.
- 13) Uma companhia de entrega possui quatro caminhões. São observados, em média, 16 pedidos de entregas por hora, com distribuição de Poisson e o intervalo de tempo gasto por entrega é em média 12 minutos, com distribuição exponencial. Do ponto de vista da Teoria de Filas, os caminhões são os servidores e os pedidos de entrega são os clientes. A companhia está estudando a possibilidade de implementar (ou não) a seguinte política:
- Advertir a pessoa que solicita um pedido de entrega de um potencial atraso excessivo toda vez que houver seis pedidos de entrega na fila.*
- Comparar os resultados do modelo sem e com a implantação da política citada.
- 14) Um hospital possui apenas um médico de plantão. Um estudo foi realizado para analisar a viabilidade de contratar mais um médico plantonista, sendo o intervalo entre chegadas estimado de 30 minutos e o tempo de atendimento estimado de 20 minutos, ambos distribuídos exponencialmente.
- Comparar os resultados dos dois modelos e aconselhar o hospital a contratar ou não mais um médico plantonista.
- 15) Uma companhia possui 22 máquinas. Cada máquina quebra, em média, a cada 2 horas, sendo gastos 12 minutos, em média, para realizar o reparo. O tempo entre quebras e o tempo de reparo são distribuídos exponencialmente. Analisar a produtividade da companhia em função do número de pessoas encarregadas de dar manutenção.