Estatística Aplicada à Engenharia de Produção (EST024)

Prof. Lupércio F. Bessegato

Lista nº 4 – Testes de Hipóteses para uma Única Amostra

1. (Montgomery – Exercício 9.5, pág. 198). Um fabricante de fibra têxtil está investigando um novo fio, que a companhia afirma ter um alongamento médio de 12 quilogramas, com um desvio-padrão de 0,5 quilograma. A companhia deseja testar a hipótese H_0: $\mu = 12$ contra H_1: $\mu < 12$, usando uma amostra aleatória de quatro espécimes.
    a. Qual será a probabilidade do erro tipo I, se a região crítica for definida como $\bar{x} < 11,5\ \text{kg}$. *R.:* $\alpha = 0,02275$
    b. Encontre β para o caso em que o alongamento médio verdadeiro seja 11,25 kg. *R.:* $\beta = 0,15866$
    c. Encontre β para o caso em que o alongamento médio verdadeiro seja 11,5 kg. *R.:* $\beta = 0,5$
    d. (Exercício 9.6) Repita os itens anteriores usando um tamanho de amostra de $n = 16$ e a mesma região crítica.

2. (Montgomery – 9.29, pág. 204). Estabeleça as hipóteses nula e alternativa em cada caso.
    a. Um teste de hipóteses será usado potencialmente fornecer evidência de que a média da população é maior do que 10. *R.:* H_0: $\mu=10$, H_1: $\mu>10$.
    b. Um teste de hipóteses será usado para potencialmente fornecer evidência que a média da população não é igual a 7. *R.:* H_0: $\mu=7$, H_1: $\mu\neq10$.
    c. Um teste de hipóteses será usado para potencialmente fornecer evidência que a média da população é menor do que 5. *R.:* H_0: $\mu=5$, H_1: $\mu<5$.

3. (Montgomery – 9.31, pág. 204). Uma amostra será usada para testar que uma média da população é igual a 10 contra a alternativa de que a média da população é maior do que 10, com variância conhecida σ. Qual é o valor crítico para a estatística de teste Z_0 considerando os seguintes níveis de significância:
    a. 0,01. *R.:* $a = z_\alpha \approx -2,33$.
    b. 0,05. *R.:* $a = z_\alpha \approx -1,64$.
    c. 0,10. *R.:* $a = z_\alpha \approx -1,29$.

4. (Montgomery – Exercício 9.43, pág. 204) Sabe-se que a vida, em horas, de uma bateria é aproximadamente distribuída normalmente, com desvio-padrão $\sigma = 1,25$ hora. Uma amostra de 10 baterias tem uma vida média de $\bar{x} = 40,5\ \text{horas}$
    a. Há evidência que suporte a alegação de que a vida da bateria excede 40 horas? Use $\alpha = 0,05$. *R.:* $z_0=1,26<1,65$ falhou em rejeitar H_0.
    b. Qual é o valor *P* para o teste do item (a). *R.:* Valor P=0,1038.
    c. Qual será o erro β para o teste do item (a), se a média verdadeira for de 42 horas? *R.:* $\beta \approx 0,000325$.
    d. Que tamanho de amostra seria requerido para assegurar que b não excede 0,10, se a vida média verdadeira fosse de 44 horas? *R.:* $n \approx 1$.
    e. Explique como você poderia responder a questão do item (a), calculando um limite apropriado de confiança para a vida. *R.:* $39,85 \le \mu$.

5. (Montgomery – Exercício 9.59, pág. 210) Um artigo de 1992 da revista *Journal of the American Medical Association* ("A Critical Appraisal of 98,6 Degrees F, the Upper Limito f the Normal Body Temperature, and Other Legacies of Carl Reinhold August Wunderlich") reportou temperatura do corpo, gênero e taxa do

coração para um número de pessoas. As temperaturas do corpo para 25 mulheres foram: 97,8; 97,2; 97,4; 97,6; 97,8; 97,9; 98,0; 98,0; 98,0; 98,1; 98,2; 98,3; 98,3; 98,4; 98,4; 98,4; 98,5; 98,6; 98,6; 98,7; 98,8; 98,8; 98,9; 98,9 e 99,0.

a. Testar a hipótese H_0: $\mu = 98{,}6$ *versus* H_1: $\mu \neq 98{,}6$, usando $\alpha = 0{,}05$. Encontre o valor P. *R.:* $|t_0| = 3,48 > 2,064$, rejeitar H_0; valor $P = 0{,}002$.
b. Verifique a suposição de que a temperatura do corpo feminino é normalmente distribuída. *R.:* Sim.
c. Calcule o poder do teste se a temperatura média verdadeira do corpo feminino é tão alta quanto 98,0. *R.:* Poder ≈ 1.
d. Que tamanho da amostra seria requerido para detectar uma temperatura média verdadeira do corpo feminino tão baixa quanto 98,2, se quiséssemos que o poder do teste fosse no mínimo 0,9? *R.:* $n = 20$.
e. Explique como a questão no item (a) poderia ser respondida, construindo um intervalo bilateral para a temperatura média do corpo feminino. *R.:* $98{,}065 \leq \mu \leq 98{,}463$.

6. (Montgomery – Exercício 9.61, pág. 210) Determinou-se o teor de sódio de 20 caixas de 300 gramas de flocos de milho orgânico. Os dados (em miligramas) são: 131,15; 130,69; 130,91; 129,54; 129,64; 128,77; 130,72; 128,33; 128,24; 129,65; 130,14; 129,29; 128,71; 129,00; 129,39; 130,42; 129,53; 130,12; 129,78; 130,92.
   a. Você pode sustentar a afirmação de que o teor médio de sódio dessa marca de flocos de milho difere de 130 miligramas? Use $a = 0{,}05$. Encontre o valor *P*. *R.:* $|t_0| = 1,291 < 2,064$, falhou em rejeitar H_0; $0{,}1 <$ valor $P < 0{,}2$.
   b. Verifique se o teor de sódio é normalmente distribuído. *R.:* Sim.
   c. Calcule o poder do teste, se o teor médio verdadeiro de sódio for de 130,5 miligramas. *R.:* Poder = 0,70.
   d. Que tamanho de amostra seria requerido para detectar um teor médio verdadeiro de sódio de 130,1 miligramas, se quiséssemos que o poder do teste fosse no mínimo 0,75? *R.:* $n > 100$.
   e. Explique como a questão no item (5.a) poderia ser respondida, construindo um intervalo bilateral para o teor médio de sódio. *R.:* $129{,}337 \leq \mu \leq 130{,}100$.

7. (Montgomery – Exercício 9.83, pág. 213) O conteúdo de açúcar na calda de pêssegos em lata é normalmente distribuído. Uma amostra aleatória de $n = 10$ latas resulta em um desvio-padrão amostral de $s = 4{,}8$ miligramas. Suponha que a variância populacional seja $\sigma^2 = 18$ (miligramas)^2.
   a. Teste a hipótese H_0: $\sigma^2 = 18$ (mg)^2 *versus* H_1: $\sigma^2 \neq 18$ (mg)^2, usando $\alpha = 0{,}05$. Encontre o valor *P* para esse teste. *R.:* $\chi_0^2 = 11,52 < 19,02$, falhou em rejeitar H_0; $0{,}2 <$ valor *P*.
   b. Suponha que o desvio-padrão real seja duas vezes maior que o valor usado na hipótese. Qual é a probabilidade de que essa diferença seja detectada pelo teste descrito no item (a)? *R.:* 0,45.
   c. Suponha que a variância verdadeira seja $\sigma^2 = 40$ (mg)^2. Quão grande deve ser a amostra de modo a detectar essa diferença com uma probabilidade de no mínimo 0,90? *R.:* $n = 30$.

8. (Montgomery – Exercício 9.95, pág. 217) Em uma amostra aleatória de 85 mancais de eixos de motores de automóveis, 10 têm uma rugosidade no acabamento de superfície que excede as especificações. Esses dados apresentam forte evidência de que a proporção de mancais que exibem rugosidade no acabamento de superfície excede 0,10?
   a. Estabeleça e teste as hipóteses apropriadas, usando $\alpha = 0{,}05$. *R.:* $z_0 = 0{,}54 < 1{,}65$, falhou em rejeitar H_0; valor $P = 0{,}295$.
   b. Se realmente $p = 0{,}15$, qual a probabilidade de o procedimento de teste no item (a) não rejeitar a hipótese nula? *R.:* $\beta = 0{,}639$.
   c. Se $p = 0{,}15$, quão grande deve ser a amostra para que tenhamos uma probabilidade de rejeitar corretamente a hipótese nula igual a 0,90? *R.:* $n \approx 118$.

9. (Montgomery – Exercício 9.146, pág. 229) Um artigo na revista *Journal of Eletronic Material* [“Progress in CdZnTe Substrate Producibility and Critical Drive of IRFPA Yield Originating with CdZnTe Substrates” (1998, vol. 27, nº 6, pp. 564-572)] melhorou a qualidade de substratos CdZnTe usados para produzir arranjos planos focais de infravermelho HgCdTe (IRFPAs), também definido como arranjos de chips de sensores (SCAs). O comprimento (μm) de onda de corte de 11 pastilhas foi medido e mostrado a seguir: 6,06; 6,16; 6,57; 6,67; 6,98; 6,17; 6,17; 6,93; 6,73; 6,87; 6,76..
   a. Há evidência de que o comprimento médio de onda de corte não seja de 6,50 μm? *R.:* $|t_0| = 0{,}47 < 2{,}228$, falhou em rejeitar H_0.
   b. Qual é o valor *P* para esse teste? *R.:* $0{,}5 <$ valor $P < 0{,}8$.
   c. Que tamanho de amostra seria requerido para detectar um comprimento médio verdadeiro de corte de 6,25 μm, com probabilidade de 95%? *R.:* $30 \leq n$ ($\delta = 0{,}71$).
   d. Qual será a probabilidade do erro tipo II, se o comprimento médio verdadeiro do corte for de 6,95 μm? *R.:* $\beta \approx 0{,}1$.