

1ª. Prova – 2013/3

- A. A realização de um dado empreendimento consiste na realização sucessiva de três atividades, A_1 , A_2 e A_3 (nesta ordem) de tal modo que a duração total do empreendimento é a soma das durações independentes dessas atividades, que se supõe terem distribuições normais. A duração de A_1 tem uma média de 32 dias e desvio padrão de 8 dias. A duração de A_2 tem uma média de 20 dias e um desvio-padrão de três dias. As probabilidades de duração de A_3 ser superior a 50 dias, por um lado, e inferior a 63,72 dias, por outro, são, respectivamente, 0,50 e 0,975.
1. Calcule a probabilidade de o empreendimento se realizar entre 80 e 102 dias.
 2. O custo do empreendimento foi fixado em \$1000 no caso de se cumprirem os prazos previstos para sua realização. Se esta se prolongar para além de 102 dias haverá um prejuízo adicional de \$200. Por outro lado, o custo da obra terá um bônus de \$300 se for completada antes de 80 dias. Qual o custo esperado do empreendimento?
- B. A vida de um tubo (X_1) e o diâmetro do filamento (X_2) são variáveis aleatórias com distribuição normal bivariada, com parâmetros $\mu_1 = 2000$ horas, $\mu_2 = 0,10$ polegada, $\sigma_1^2 = 2500$ horas², $\sigma_2^2 = 0,01$ polegada² e $\rho = 0,87$.
3. Qual é a probabilidade de um tubo durar mais de 1950 horas?
 4. O gerente de controle da qualidade deseja determinar a vida de cada tubo medindo o diâmetro do filamento. Se o diâmetro do filamento é de 0,098, qual é a probabilidade de que o tubo dure mais de 1950 horas?
- C. Suponha que a resistência à tração esperada do aço tipo A seja 105 ksi e que o desvio padrão da resistência à tração seja 8 ksi. Para o aço tipo B, suponha que a resistência à tração esperada e o desvio padrão da resistência à tração sejam 100 ksi e 6 ksi, respectivamente. Seja \bar{X} = a resistência à tração média de uma amostra aleatória de 40 espécimes tipo A e \bar{Y} = a resistência à tração esperada média de uma amostra aleatória de 35 espécimes tipo B.
5. Qual é a distribuição aproximada de $\bar{X} - \bar{Y}$? Justifique.
 6. Calcule $P\{\bar{X} - \bar{Y} \geq 10\}$. Se realmente observou $\bar{X} - \bar{Y} \geq 10$, você duvidaria que $\mu_A - \mu_B = 5$. Por quê?
- D. Considere a distribuição de Poisson com parâmetro λ . Sua função de probabilidade é dada por:

$$f(x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

7. Encontre o estimador de máxima verossimilhança de λ , baseado em uma amostra de tamanho n .
8. Qual o erro padrão do estimador de máxima verossimilhança determinado em (7)?