

**1ª. Prova – 2013/3**

- A. A realização de um dado empreendimento consiste na realização sucessiva de três atividades,  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  (nesta ordem) de tal modo que a duração total do empreendimento é a soma das durações independentes dessas atividades, que se supõe terem distribuições normais. A duração de  $A_1$  tem uma média de 32 dias e desvio padrão de 8 dias. A duração de  $A_2$  tem uma média de 20 dias e um desvio-padrão de três dias. As probabilidades de duração de  $A_3$  ser superior a 50 dias, por um lado, e inferior a 63,72 dias, por outro, são, respectivamente, 0,50 e 0,975.
1. Calcule a probabilidade de o empreendimento se realizar entre 80 e 102 dias.
  2. O custo do empreendimento foi fixado em \$1000 no caso de se cumprirem os prazos previstos para sua realização. Se esta se prolongar para além de 102 dias haverá um prejuízo adicional de \$200. Por outro lado, o custo da obra terá um bônus de \$300 se for completada antes de 80 dias. Qual o custo esperado do empreendimento?
- B. A vida de um tubo ( $X_1$ ) e o diâmetro do filamento ( $X_2$ ) são variáveis aleatórias com distribuição normal bivariada, com parâmetros  $\mu_1 = 2000$  horas,  $\mu_2 = 0,10$  polegada,  $\sigma_1^2 = 2500$  horas<sup>2</sup>,  $\sigma_2^2 = 0,01$  polegada<sup>2</sup> e  $\rho = 0,87$ .
3. Qual é a probabilidade de um tubo durar mais de 1950 horas?
  4. O gerente de controle da qualidade deseja determinar a vida de cada tubo medindo o diâmetro do filamento. Se o diâmetro do filamento é de 0,098, qual é a probabilidade de que o tubo dure mais de 1950 horas?
- C. Suponha que a resistência à tração esperada do aço tipo A seja 105 ksi e que o desvio padrão da resistência à tração seja 8 ksi. Para o aço tipo B, suponha que a resistência à tração esperada e o desvio padrão da resistência à tração sejam 100 ksi e 6 ksi, respectivamente. Seja  $\bar{X}$  = a resistência à tração média de uma amostra aleatória de 40 espécimes tipo A e  $\bar{Y}$  = a resistência à tração esperada média de uma amostra aleatória de 35 espécimes tipo B.
5. Qual é a distribuição aproximada de  $\bar{X} - \bar{Y}$ ? Justifique.
  6. Calcule  $P\{\bar{X} - \bar{Y} \geq 10\}$ . Se realmente observou  $\bar{X} - \bar{Y} \geq 10$ , você duvidaria que  $\mu_A - \mu_B = 5$ . Por quê?
- D. Considere a distribuição de Poisson com parâmetro  $\lambda$ . Sua função de probabilidade é dada por:

$$f(x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

7. Encontre o estimador de máxima verossimilhança de  $\lambda$ , baseado em uma amostra de tamanho  $n$ .
8. Qual o erro padrão do estimador de máxima verossimilhança determinado em (7)?