

**1ª. Prova – 2014/1**

- A. Seja a função  $f(x, y) = cx^2y$ , para  $0 < x < 3$  e  $0 < Y < 2$ . Determine:
1. O valor de  $c$  tal que  $f$  satisfaça as propriedades de uma função de densidade conjunta.
  2.  $P\{X > 2, 1; 1 < Y < 1,5\}$ .
  3. A distribuição de densidade de probabilidade marginal da variável aleatória  $Y$ .
  4. A distribuição de densidade de probabilidade condicional de  $X$ , dado que  $Y = 1$ .
- B. Em uma titulação ácido-base, uma base ou um ácido é gradualmente adicionada(o) ao outro até que eles estejam completamente neutralizados. Sejam  $X$  e  $Y$  os mililitros de ácido e base necessários para a equivalência, respectivamente. Considere que  $X$  e  $Y$  têm uma distribuição normal bivariada, com parâmetros  $\mu_X = 120$  mL,  $\mu_Y = 100$  mL,  $\sigma_X = 5$  mL,  $\sigma_Y = 2$  mL e  $\rho = 0,6$ . Determine o seguinte:
5. Covariância entre  $X$  e  $Y$ .
  6.  $P\{X < 116\}$ .
  7.  $P\{X < 116 | Y = 102\}$
- C. Suponha que a resistência à tração esperada do aço tipo A seja 105 ksi e que o desvio padrão da resistência à tração seja 8 ksi. Para o aço tipo B, suponha que a resistência à tração esperada e o desvio padrão da resistência à tração sejam 100 ksi e 6 ksi, respectivamente. Seja  $\bar{X}$  = a resistência à tração média de uma amostra aleatória de 40 espécimes tipo A e  $\bar{Y}$  = a resistência à tração esperada média de uma amostra aleatória de 35 espécimes tipo B.
8. Qual é a distribuição aproximada de  $\bar{X} - \bar{Y}$ ? Justifique.
  9. Calcule  $P\{\bar{X} - \bar{Y} \geq 10\}$ . Se realmente observou  $\bar{X} - \bar{Y} \geq 10$ , você duvidaria que  $\mu_A - \mu_B = 5$ . Por quê?
- D. O torque requerido para remover parafusos em uma placa de aço é classificado como alto, moderado ou baixo. Historicamente, a probabilidade de uma classificação alta, moderada ou baixa é 0,6; 0,3 ou 0,1, respectivamente. Suponha que 20 parafusos sejam avaliados e que as classificações do torque sejam independentes:
10. Qual é a probabilidade de que 12, 6 e 2 parafusos sejam classificados como alto, moderado e baixo, respectivamente?
  11. Qual é o número esperado de parafusos classificados como baixo?
  12. Qual é o número condicional esperado de parafusos classificados como baixo, dado que 16 parafusos são classificados como alto?