

3ª. Teste de Verificação de Conhecimento – 2015/1

A. Uma pequena companhia deve decidir que investimento usar para o dinheiro gerado a partir de operações financeiras. Cada ativo (investimento) tem uma média e um desvio-padrão associado com o ganho percentual. O primeiro ativo tem um ganho percentual médio de 5%, com um desvio-padrão de 2% e o segundo ativo tem o mesmo retorno médio de 5%, com um desvio-padrão de 4%. Os ativos têm uma correlação de $-0,5$; logo há uma correlação negativa entre os percentuais de retorno.

1. Se a companhia investe dois milhões de reais, metade em cada ativo, quais são a média e o desvio-padrão do percentual de retorno?
2. Compare o desvio-padrão dessa estratégia com aquele que investe os dois milhões de reais somente no primeiro ativo. Comente brevemente no contexto da questão.

B. Considere a função de densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\theta^2} x e^{-\frac{x}{\theta}}, \quad 0 \leq x < \infty, \quad 0 < \theta < \infty$$

3. Determine a função de log-verossimilhança de θ .
4. Encontre o estimador de máxima verossimilhança de θ .
5. Calcule a estimativa de máxima verossimilhança de θ , considerada uma amostra com os seguintes valores observados de x : 2.737, 2.875 e 1.105.

C. A resistência do concreto à compressão de uma barragem em construção está sendo testada por um engenheiro civil. Ele testa doze corpos de prova. As observações estão em psi. O estudante que conduziu este experimento tinha faltado às aulas de Testes de Hipóteses e, sem saber qual seria a correta, produziu várias saídas computacionais diferentes do pacote estatístico Minitab para executá-lo (Qual das quatro tentativas é a correta!). Sempre que julgar conveniente, você poderá usar os resultados daquela saída do Minitab que lhe parecer mais adequada.

6. Analise a Figura 1 e responda se há evidência que suporte a suposição de que a concentração de oxigênio dissolvido seja normalmente distribuída. Justifique.
7. Construa um limite unilateral inferior com 95% de confiança para a resistência média.
8. O engenheiro gostaria de demonstrar que a resistência média à compressão do concreto lançado durante a construção da barragem excede a 2.250 psi. Formule as hipóteses apropriadas.
9. Teste as hipóteses formuladas em (8) e tire suas conclusões, a um nível de significância de 5%.
10. Qual o p-valor para esse teste?
11. O engenheiro gostaria de detectar se a resistência média do concreto à compressão exceder 2.270 psi, com uma probabilidade de no mínimo 0,90. O tamanho da amostra utilizada ($n = 12$) foi adequado?

D. Um fabricante afirma que a média da resistência à tensão da corda A excede a média da resistência à tensão da corda B por, pelo menos, 12 quilogramas. Para testar sua afirmação, 50 pedaços de cada corda são testados em condições similares. A amostra da corda do tipo A teve uma resistência média de 86,7 quilogramas, com desvio-padrão de 6,28 quilogramas, enquanto a amostra da corda do tipo B teve uma resistência média de 77,8 quilogramas, com desvio-padrão de 5,61 quilogramas.

12. Formule as hipóteses apropriadas para testar a afirmação do fabricante.
13. Construa um intervalo bilateral de 95% de confiança para razão dos desvios-padrão dos dois tipos de cordas.
14. Teste as hipóteses formuladas em (12) e tire suas conclusões. Use um nível de significância de 5%.
15. Justifique a escolha do procedimento de teste, com base nas informações disponíveis e em suposições que porventura tenha utilizado.
16. Qual é o tamanho da amostra necessário se o poder do teste é 0,95 quando a real diferença entre as cordas tipo A e B é de oito quilogramas?
17. Os dados sustentam a conclusão dos autores? Use um nível de significância $\alpha = 0,05$.

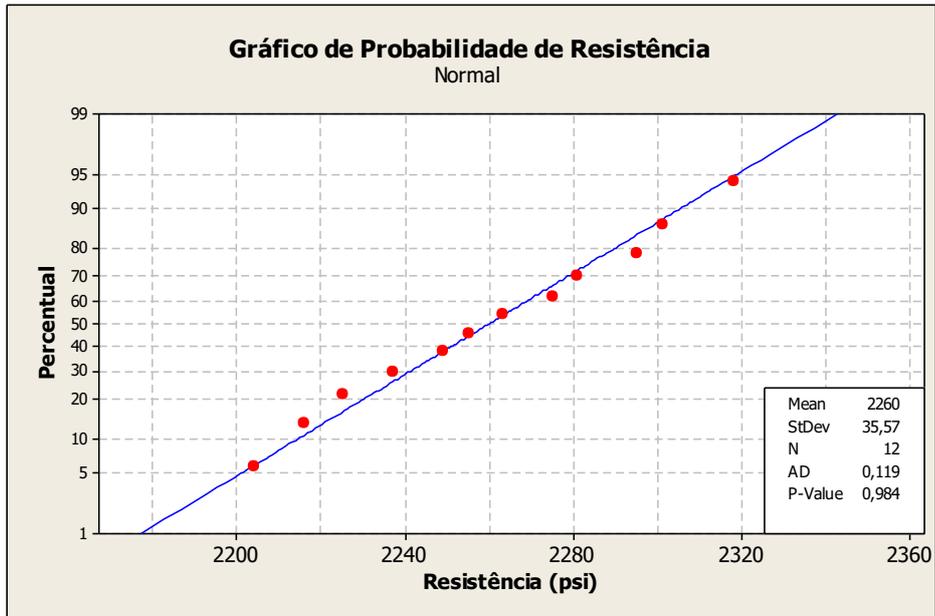


Figura 1 - Gráfico de probabilidades: Resistência de concreto à compressão

One-Sample T: Resistência

Test of mu = 2250 vs < 2250

Variable	N	Mean	StDev	SE Mean	Bound	T	P
Resistência	12	2259,9	35,6	10,3	2278,4	0,97	0,823

Saída Minitab 1 – Teste de hipóteses sobre resistência de concreto à compressão (1ª. tentativa)

One-Sample T: Concentração

Test of mu = 2250 vs > 2250

Variable	N	Mean	StDev	SE Mean	95% Lower Bound	T	P
Resistência	12	2259,9	35,6	10,3	2241,5	0,97	0,177

Saída Minitab 2 – Teste de hipóteses sobre resistência de concreto à compressão (2ª. tentativa).

One-Sample Z: Concentração

Test of mu = 2250 vs < 2250

The assumed standard deviation = 35,569

Variable	N	Mean	StDev	SE Mean	95% Upper Bound	Z	P
Resistência	12	2259,9	35,6	10,3	2276,8	0,97	0,833

Saída Minitab 3 – Teste de hipóteses sobre resistência de concreto à compressão (3ª. tentativa).

One-Sample Z: Concentração

Test of mu = 2250 vs > 2250

The assumed standard deviation = 35,569

Variable	N	Mean	StDev	SE Mean	95% Lower Bound	Z	P
Resistência	12	2259,9	35,6	10,3	2243,0	0,97	0,167

Saída Minitab 4 – Teste de hipóteses sobre resistência de concreto à compressão (4ª. tentativa).