

Lista nº 05 – Variáveis Aleatórias (1ª. Parte)

- (Ex. 4.2, Meyer, pág. 92) – De um lote que contém 25 peças, das quais 5 são defeituosas, são escolhidas 4 ao acaso. Seja X o número de defeituosas encontradas. Estabeleça a distribuição de probabilidade de X , quando:
 - As peças forem escolhidas com reposição.
 - As peças forem escolhidas sem reposição.
- (Ex. 4.3, Meyer, pág. 92) – Suponha que a variável aleatória X tenha os valores possíveis 1, 2, 3, ..., e $P(X = j) = 2^{-j}$, $j = 1, 2, \dots$
 - Calcule $P(X \text{ ser par})$.
 - Calcule $P(X \geq 5)$.
 - Calcule $P(X \text{ ser divisível por } 3)$.
- (Ex. 4.4, Meyer, pág. 92) – Considere uma variável aleatória X com resultados possíveis: 0, 1, 2, ... Suponha que $P(X = j) = (1 - a) a^j$, $j = 0, 1, 2, \dots$
 - Para que valores de a o modelo acima tem sentido?
 - Verifique que essa expressão representa uma legítima função de probabilidade
 - Mostre que, para quaisquer dois inteiros positivos s e t ,
$$P(X > s + t \mid X > s) = P(X \geq t).$$
- (Ex. 4.11, Meyer, pág. 93) – A variável aleatória contínua X tem função de densidade de probabilidade $f(x) = 3x^2$, $-1 \leq x \leq 0$. Se b for um número que satisfaça a $-1 < b < 0$, calcule $P(X > b \mid X < b/2)$.
- (Ex. 4.15, Meyer, pág. 94) – Seja X uma variável aleatória contínua, com função de densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \begin{cases} ax, & 0 \leq x \leq 1, \\ a, & 1 \leq x \leq 2, \\ -ax + 3a, & 2 \leq x \leq 3, \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

- Determine a constante a .
 - Determine a função de distribuição acumulada F_X e esboce seu gráfico.
 - Se X_1 , X_2 e X_3 forem três observações independentes de X , qual será a probabilidade de, exatamente, um desses três números ser maior que 1,5?
- (Ex. 4.25, Meyer, pág. 96) – Suponha que o tempo de vida (em horas) de uma certa válvula seja uma variável aleatória contínua X com função de densidade de probabilidade $f(x) = 100/x^2$, para $x > 100$, e zero para quaisquer outros valores de x :
 - Qual será a probabilidade de que uma válvula dure menos que 200 horas, se soubermos que ela ainda está funcionando após 150 horas de serviço?
 - Se três dessas válvulas forem instaladas em um conjunto, qual será a probabilidade de que exatamente uma delas tenha de ser substituída após 150 horas de serviço?
 - Qual será o número máximo de válvulas que poderá ser colocado em um conjunto, de modo que exista uma probabilidade de 0,5 de que após 150 horas de serviço todas elas ainda estejam funcionando?

7. Um lote com uma quantidade muito grande de componentes deve ser totalmente rejeitado ou vendido, dependendo do resultado do seguinte Plano de Amostragem: quinze componentes desse lote são escolhidos ao acaso e inspecionados. Se um ou mais forem defeituosos, o lote será rejeitado; caso contrário, será aceito. A especificação de qualidade de venda desses componentes exige que no mínimo 95% dos componentes do lote estejam em boas condições. Importante: o lote é considerado grande o suficiente para garantir independência e mesma probabilidade de escolher um componente defeituoso (ou bom). Pede-se:

- a. Qual é a probabilidade de se cometer o erro de impedir a venda de um lote em boas condições (mínimo de 95% dos componentes em boas condições).
Resp: 0,5367
- b. Qual é a probabilidade de se cometer o erro de autorizar a venda de um lote no qual apenas 90% dos componentes estão em bom estado? *Resp.: 0,2059*
- c. Elabore um novo plano amostral de maneira a manter as probabilidades de ambos os erros em 5%.

Resp.(uma das possíveis): $n = 298$; $Ac = 21$ (será a melhor delas?)

Obs.: Para melhor entendimento da questão, considere os erros como sendo: risco do fabricante [rejeitar a venda de lote em boas condições – item (a)] e risco do comprador [não receber lote em boas condições – item (b)].