Lista nº 10 – Variáveis Aleatórias Discretas

1. (Ex. 8.3, Meyer, pág. 210) O número de navios petroleiros, digamos *N*, que chegam a determinada refinaria, cada dia, tem distribuição de Poisson, com parâmetro $\lambda = 2$. As atuais instalações do porto podem atender a três petroleiros por dia. Se mais de três petroleiros aportarem por dia, os excedentes a três deverão seguir para outro porto.
(Problema tirado do livro *Probability and Statistical Inference for Engineers*, por Derman e Klein, Oxford University Press, Londres, 1959).
    a. Em um dia, qual é a probabilidade de se ter de mandar petroleiros para outro porto?
    b. De quanto deverão as atuais instalações ser aumentadas para permitir manobrar todos os petroleiros em aproximadamente 90% dos dias?
    c. Qual é o número esperado de petroleiros a chegarem por dia?
    d. Qual é o número mais provável de petroleiros a chegarem por dia?
    e. Qual é o número esperado d petroleiros a serem atendidos diariamente?
    f. Qual é o número esperado de petroleiros que voltarão a outros portos diariamente?

2. (Ex. 8.4, Meyer, pág. 210) Suponha que a probabilidade de que uma peça, produzida por determinada máquina, seja defeituosa é 0,2. Se 10 peças produzidas por essa máquina forem escolhidas ao acaso, qual é a probabilidade de que não mais de uma defeituosa seja encontrada? Empregue as distribuições binomial e de Poisson e compare as respostas.

3. (Ex. 8.5, Meyer, pág. 210) Uma companhia de seguros descobriu que somente 0,1% da população está incluída em certo tipo de acidente cada ano. Se seus 10.000 segurados são escolhidos, ao acaso, na população, qual é a probabilidade de que não mais do que 5 de seus clientes venham a estar incluídos em tal acidente no próximo ano?

4. (Ex. 8.7, Meyer, pág. 210) Um fabricante de filmes produz 10 rolos de um filme especialmente sensível, cada ano. Se o filme não for vendido dentro do ano, ele deve ser refugado. A experiência passada diz que *D*, a (pequena) procura desse filme, é uma variável aleatória com distribuição de Poisson, com parâmetro 8. Se um lucro de $7 for obtido para cada rolo vendido, enquanto um prejuízo de $3 é verificado para cada rolo refugado, calcule o lucro esperado que o fabricante poderá realizar com os 10 rolos que ele produz.

5. (Ex. 8.1, Meyer, pág. 211) Suponha que um livro de 585 páginas contenha 43 erros tipográficos. Se esses erros estiverem aleatoriamente distribuídos pelo livro, qual é a probabilidade de 10 páginas, escolhidas ao acaso, estejam livres de erros? (*Sugestão*: Suponha que X = número de erros por página tenha uma distribuição de Poisson.)

6. (Ex. 8.15, Meyer, pág. 212) Dois procedimentos de lançamento, que operam independentemente, são empregados toda semana para lançamento de foguetes. Admita que cada procedimento seja continuado até que *ele* produza um lançamento bem-sucedido. Suponha que empregando o procedimento I, P(S), a probabilidade de um lançamento bem-sucedido seja igual a p_1, enquanto para o procedimento II, $P(S) = p_2$. Admita, também, que uma tentativa seja feita toda semana com cada um dos métodos. Sejam X_1 e X_2 o número de semanas exigidas para alcançar-se um lançamento bem-sucedido pelos procedimentos I e II, respectivamente. (Portanto, X_1 e X_2 são variáveis

aleatórias independentes, cada uma tendo distribuição geométrica.) Façamos W igual ao mínimo$\{X_1, X_2\}$ e Z ao máximo$\{X_1, X_2\}$. Deste modo, W representa o número de semanas necessárias para obter *um* lançamento bem-sucedido, enquanto Z representa o números de semanas necessárias para obter lançamentos bem-sucedidos com ambos os procedimentos. (Portanto, se o procedimento I der (S^c, S^c, S^c, S), enquanto o procedimento II der (S^c, S^c, S), teremos $W = 3$, $Z = 4$.)

a. Estabeleça uma expressão para a distribuição de probabilidade W. (*Sugestão*: Exprima, em termos de X_1 e X_2 , o evento $\{W = k\}$.)
b. Estabeleça uma expressão para a distribuição de probabilidade de Z.
c. Reescreva as expressões acima se for $p_1 = p_2$.

7. (Ex. 8.16, Meyer, pág. 212) Quatro componentes são reunidos em um único aparelho. Os componentes são originários de fontes independentes e $p_i = P(i$-ésimo componente seja defeituoso), $i = 1, 2, 3, 4$.
   a. Estabeleça uma expressão para a probabilidade de que o aparelho completo venha a funcionar.
   b. Estabeleça uma expressão para a probabilidade de que ao menos três componentes venham a funcionar.
   c. Se $p_1 = p_2 = 0{,}1$ e $p_3 = p_4 = 0{,}2$, calcule a probabilidade de que exatamente dois componentes venham a funcionar.

8. (Ex. 8.17, Meyer, pág. 212) Um maquinista conserva um grande número de arruelas em uma gaveta. Cerca de 50% dessas arruelas são de 1/4 de polegada de diâmetros, cerca de 30% são de 1/8 de diâmetro e os restantes 20% são de 3/8. Suponha que 10 arruelas sejam escolhidas ao acaso.
   a. Qual é a probabilidade de que existam exatamente cinco arruelas de 1/4, quatro de 1/8 e uma arruela de 3/8?
   b. Qual é a probabilidade de que somente dois tipos de arruelas estejam entre as escolhidas?
   c. Qual é a probabilidade de que todos os três tipos de arruelas estejam entre aquelas escolhidas?
   d. Qual é a probabilidade de que existam três de um tipo, três de outro tipo e quatro do terceiro tipo, em uma amostra de dez?

9. (Ex. 8.22, Meyer, pág. 213) A probabilidade de um lançamento de foguete bem-sucedido é igual a 0,8. Suponha que tentativas de lançamento sejam até que tenham ocorrido três lançamentos bem-sucedidos.
   a. Qual é a probabilidade de que sejam necessárias exatamente seis tentativas?
   b. Qual é a probabilidade de que sejam necessárias menos de seis tentativas?
   c. (Ex. 8.24, Meyer, pág. 213) Suponha que cada tentativa de lançamento custe \$5.000 e que cada lançamento falho acarrete um custo adicional de \$500. Calcule o custo esperado, para a situação apresentada.
   d. (Ex. 8.23, Meyer, pág. 213) Responda às questões (a) e (b) no caso em que as tentativas de lançamento sejam feitas até que ocorram três lançamentos *consecutivos* bem-sucedidos.