Lista nº 12 – Variáveis Aleatórias Contínuas

1. (Ex. 9.2 e 9.3, Meyer, pág. 240-241) O diâmetro de um cabo elétrico é normalmente distribuído com média 0,8 e variância 0,0004.
   a. Qual é a probabilidade de que o diâmetro ultrapasse 0,81?
   b. Suponha que esse cabo seja considerado defeituoso se o diâmetro diferir de sua média em mais de 0,025. Qual é a probabilidade de se encontrar um cabo defeituoso?

2. (Ex. 9.4, Meyer, pág. 241) Sabe-se que os erros, em certo dispositivo para medir comprimentos, são normalmente distribuídos, com valor esperado zero e desvio-padrão 1 unidade.
   a. Qual é a probabilidade de que o erro na medida seja maior do que uma unidade?
   b. Qual é a probabilidade de que o erro na medida seja maior do que duas unidades?
   c. Qual é a probabilidade de que o erro na medida seja maior do que três unidades?

3. (Ex. 9.6, Meyer, pág. 241) Podemos estar interessados apenas na magnitude de X, digamos $Y = |X|$. Considere que X tenha uma distribuição normal padrão.
   a. Determine a função de densidade de probabilidade de Y.
   b. Calcule E(Y) e Var(Y).

4. (Ex. 9.15, Meyer, pág. 242) Suponha que X, a carga de ruptura de um cabo (em kg), tenha distribuição N(100, 16). Cada rolo de 100 m de cabo dá um lucro de $25, desde que $X > 95$. Se $X \le 95$, o cabo poderá ser utilizado para uma finalidade diferente, obtendo-se um lucro de $10 por rolo. Determinar o lucro esperado por rolo.

5. (Ex. 9.17, Meyer, pág. 242) Um combustível para foguetes deve conter certa percentagem X de um componente especial. As especificações exigem que X esteja entre 30 e 35%. O fabricante obterá um lucro líquido T sobre o combustível (por galão), que é dado pela seguinte função de X:
   a. Calcular E(T), quando X tiver a distribuição N(33, 9).
   b. Suponha que o fabricante deseje aumentar seu lucro esperado E(T), em 50%. Ele pretende fazê-lo pelo aumento de seu lucro (por galão), naquelas remessas de combustível que atendam às especificações ($30 \le X \le 35$). Qual deverá ser seu novo lucro líquido?

6. (Ex. 9.32, Meyer, pág. 243) Suponha que X tenha distribuição N(0, 25). Calcule $P\{1 < X^2 < 4\}$.

7. (Ex. 9.34, Meyer, pág. 244) Sejam X_t e T, respectivamente o número de partículas emitidas em t horas por uma fonte radioativa e o tempo entre emissões sucessivas (em horas). Suponha que X_t tenha uma distribuição de Poisson, com parâmetro λt, com $\lambda = 30$.
   a. Qual é a probabilidade de que o tempo entre duas emissões sucessivas seja maior do que 5 minutos?
   b. Qual é a probabilidade de que o tempo entre duas emissões sucessivas seja maior do que 10 minutos?

c. Qual é a probabilidade de que o tempo entre duas emissões sucessivas seja menor do que 30 segundos?

8. (Ex. 9.38, Meyer, pág. 244) Em média, um processo de produção cria uma peça defeituosa entre cada 300 fabricadas. Qual é a probabilidade de que a *terceira* peça defeituosa apareça:
   a. antes de 1.000 peças terem sido fabricadas?
   b. quando a milésima peça for fabricada?
   c. depois que a milésima peça for fabricada?
   (*Sugestão*: Suponha um processo de Poisson.)

9. Um sistema complexo é constituído por componentes que funcionam de maneira independente. A probabilidade de que qualquer um dos componentes venha a falhar durante o período de operação é igual a 0,10 (a confiabilidade de cada componente é 0,90). A fim de que o sistema completo funcione, é necessário que uma quantidade mínima de componentes funcione.

   a. Considere que esse sistema seja constituído de 100 componentes, com funcionamento independente e que é necessário que pelo menos 85 desses componentes trabalhem para que o sistema completo funcione. Calcule a confiabilidade do sistema (probabilidade de o sistema funcionar). *Resp.: 0,966. n = 24.*

   b. Suponha que esse sistema seja constituído de *n* componentes. O sistema funcionará se pelo menos 80% dos componentes funcionarem adequadamente. Determine *n*, de maneira que o sistema tenha uma confiabilidade de 0,95. *Resp.: n = 24.*