Lista nº 2 – Distribuições Marginais e Condicionais

1. (Ex.: 6.1, pág. 134). Suponha que a seguinte tabela represente a distribuição de probabilidade conjunta do vetor aleatório discreto (X, Y). Calcule todas as distribuições marginais e as condicionadas.

	X		
Y	1	2	3
1	1/12	1/6	0
2	0	1/9	1/5
3	1/18	1/4	2/15

2. (Ex.: 6.2, pág 134). Suponha que o vetor aleatório bivariado (X, Y) tenha função de densidade de probabilidade conjunta dada por:

$$f(x,y) = \begin{cases} kx(x-y) & \text{, para } 0 < x < 2;\ -x < y < x. \\ 0 & \text{, caso contrário} \end{cases}$$

   a. Calcule a constante *k*.
   b. Determine a função de densidade de probabilidade marginal de *X*.
   c. Determine a função de densidade de probabilidade marginal de *Y*.

3. (Ex. 6.3, pág. 134). Suponha que a função de densidade de probabilidade conjunta da variável aleatória bidimensional (X, Y) seja dada por:

$$f(x,y) = \begin{cases} x^2 + \frac{xy}{3} & \text{, para } 0 < x < 1;\ 0 < y < 2. \\ 0 & \text{, caso contrário} \end{cases}$$

   Calcule o seguinte:
   a. $\mathrm{P}\{X > 1/2\}$
   b. $\mathrm{P}\{Y < X\}$.
   c. $\mathrm{P}\{Y < 1/2 | X < 1/2\}$.

4. (Ex.: 6.4, pág. 135). Suponha que duas cartas sejam tiradas ao acaso de um baralho de cartas. Seja *X* o número de ases obtido e seja *Y* o número de damas obtido.
   a. Estabeleça a distribuição de probabilidade conjunta de (*X*, *Y*).
   b. Determine a distribuição marginal de *X* e a de *Y*.
   c. Estabeleça a distribuição condicionada de *X* (dado *Y*) e a de *Y* (dado *X*).

5. (Ex.: 6.14, pág. 136). Suponha que a função de densidade de probabilidade conjunta de (X, Y) seja dada por:

$$f(x,y) = \begin{cases} \mathrm{e}^{-x} & \text{, para } x > 0;\ y > x. \\ 0 & \text{, caso contrário} \end{cases}$$

   a. Determine a função de densidade de probabilidade marginal de X.
   b. Determine a função de densidade de probabilidade marginal de Y.
   c. Calcule $\mathrm{P}\{X > 2 | Y < 4\}$.

6. Seja a função de densidade de probabilidade conjunta dada por:

$$f(x,y) = \begin{cases} k\,\mathrm{e}^{-(3x+2y)} & \text{, para } 0 < y < x < \infty. \\ 0 & \text{, caso contrário} \end{cases}$$

   a. Determine o valor de *k*. *Resp.: 15.*
   b. Determine a função de densidade de probabilidade marginal de *X*.
   c. Determine a função de densidade de probabilidade marginal de *Y*.

7. Seja a função de densidade de probabilidade conjunta dada por:

$$f(x,y) = \begin{cases} \alpha\, \mathrm{e}^{-(\lambda_1 x + \lambda_2 y)} & \text{, para } 0 < x < y < \infty. \\ 0 & \text{, caso contrário} \end{cases}$$

   a. Determine o valor de *k*. *Resp.:* $\alpha = \lambda_1 + \lambda_2$.
   b. Determine a função de densidade de probabilidade marginal de *X*.
   c. Determine a função de densidade de probabilidade marginal de *Y*.

Fonte: MEYER, P. L. *Probabilidade: aplicações à estatística*. Rio de Janeiro: LTC, 2012.