

## 1ª. Prova – 2012/1

- A. Um importante conceito na teoria da probabilidade é o da independência condicional de eventos. Dizemos que os eventos  $E_1$  e  $E_2$  são *condicionalmente independentes* dado  $F$ , se dado que  $F$  ocorreu, a probabilidade condicional de  $E_1$  ocorrer não é afetada pela informação de que  $E_2$  tenha ou não ocorrido. Mais formalmente,  $E_1$  e  $E_2$  são ditos condicionalmente independentes dado  $F$  se  $P(E_1|E_2 \cap F) = P(E_1|F)$ . Dada essa definição, prove ou encontre um contraexemplo para as seguintes identidades:
- $P(E_1 \cap E_2|F) = P(E_1|F) P(E_2|F)$ ;
  - $P(E_1|E_2^c \cap F) = P(E_1|F)$ ;
  - $P(E_1^c \cap E_2^c|F) = P(E_1^c|F) P(E_2^c|F)$ .
- B. Um canal de comunicação binária simples transmite mensagens utilizando apenas dois sinais, digamos 0 e 1. Suponhamos que o sinal 1 seja transmitido 40% das vezes, que a probabilidade de um zero transmitido ser recebido corretamente é 0,90 e que a probabilidade de um “1” transmitido ser recebido corretamente é 0,95. Determine:
- A probabilidade de um “1” ser recebido;
  - Dado que um “1” é recebido, a probabilidade de “1” ter sido transmitido;
  - Considere que o sinal seja retransmitido, ou seja, acrescente um segundo estágio ao canal de comunicações, determine a probabilidade de receber um “1” no segundo estágio;
  - Você diria que o sistema tem memória de “um estágio”, isto é, o resultado no segundo estágio só depende do que ocorreu no primeiro estágio e não de resultados anteriores ao primeiro estágio? Porque? Responda resumidamente (tamanho de *post* no *Twitter*)
- C. Um lote de 50 arruelas contém 30 delas que são mais espessas do que a dimensão desejada. Suponha que três arruelas sejam selecionadas por acaso, sem reposição no lote.
- Qual é a probabilidade de todas três arruelas serem mais espessas que o valor desejado?
  - Qual será a probabilidade de que a terceira arruela selecionada seja mais espessa do que o valor desejado, se as duas primeiras arruelas selecionadas forem mais finas do que a dimensão desejada?
  - Qual é a probabilidade de que a segunda arruela selecionada seja mais espessa que o valor desejado?
  - Qual é o número mínimo de arruelas que necessita ser selecionado para que a probabilidade de todas as arruelas serem mais finas do que o valor desejado seja menos de 0,10?
  - Qual o número mínimo de arruelas que necessita ser selecionado para que a probabilidade de uma ou mais arruelas ser(em) mais espessas(s) do que o valor desejado seja no mínimo 0,90?
- D. Sejam  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  as amostras que obedecem à especificação de percentual de sólidos, à especificação de peso molecular e à especificação de cor, respectivamente. Um total de 240 amostras é classificado de acordo com as especificações de  $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$ ; sim, indica que a amostra obedece (dados da Tabela 1).
- Os eventos  $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$  são mutuamente exclusivos?
  - Os eventos  $E_1^c$ ,  $E_2^c$  e  $E_3^c$  são mutuamente exclusivos?
  - Qual é  $P(E_1^c \text{ ou } E_2^c \text{ ou } E_3^c)$ ?
  - Qual é a probabilidade de uma amostra obedecer às três especificações?
  - Qual é a probabilidade de uma amostra obedecer às especificações  $E_1$  ou  $E_3$ ?
  - Qual é a probabilidade de uma amostra obedecer às especificações  $E_1$  ou  $E_2$  ou  $E_3$ ?

Tabela 1 - Classificação de 240 amostras

		$E_3$ sim			$E_3$ não		
		$E_2$			$E_2$		
		<i>sim</i>	<i>não</i>	<i>total</i>	<i>sim</i>	<i>não</i>	<i>total</i>
$E_1$	<i>sim</i>	200	1	201	20	4	24
	<i>não</i>	5	4	9	6	0	6
Total		205	5	210	26	4	30