1^a. Prova – 2012/3

- A. Um importante conceito na teoria da probabilidade é o da independência condicional de eventos. Dizemos que os eventos E_1 e E_2 são *condicionalmente independentes* dado F, se dado que F ocorreu, a probabilidade condicional de E_1 ocorrer não é afetada pela informação de que E_2 tenha ou não ocorrido. Mais formalmente, E_1 e E_2 são ditos condicionalmente independentes dado F se $P(E_1|E_2\cap F) = P(E_1|F)$. Dada essa definição, prove ou encontre um contraexemplo para as seguintes identidades:
 - 1. $P(E_1 \cap E_2|F) = P(E_1|F) P(E_2|F)$;
 - 2. $P(E_1|E_2^c \cap F) = P(E_1|F;/$
 - 3. $P(E_1^c \cap E_2^c | F) = P(E_1^c | F) P(E_2^c | F)$.
- B. Um radar da Polícia Rodoviária é 98% preciso, em outras palavras, sua probabilidade de acerto é de 0,98, tanto nas situações em que o carro está com excesso de velocidade, quanto naquelas em que o carro trafega abaixo do limite de velocidade. Seu colega ao lado trafega, em 75% do tempo, acima da velocidade permitida.
 - 4. Determine a probabilidade de seu colega ao lado ser multado por esse radar;
 - 5. Seu colega comenta que foi multado por esse radar. Qual a probabilidade de que ele estava em excesso de velocidade?
 - 6. Durante as festas de final de ano, seu colega ao lado passará quatro vezes por esse radar. Qual a probabilidade de ele ser multado pelo menos em uma de suas passagens pelo radar?
- C. Um lote de 50 arruelas contém 30 delas que são mais espessas do que seu valor nominal. Suponha que três arruelas sejam selecionadas por acaso, sem reposição no lote.
 - 7. Qual é a probabilidade de todas três arruelas serem mais espessas que o valor nominal?
 - 8. Qual será a probabilidade de que a segunda arruela selecionada seja mais espessa do que o valor nominal, se a primeira arruela selecionada for mais fina do que o valor nominal?
 - 9. Qual é a probabilidade de que a segunda arruela selecionada seja mais espessa que o valor nominal?
 - 10. Qual o número mínimo de arruelas que necessita ser selecionado para que a probabilidade de uma ou mais arruelas ser(em) mais espessas(s) do que o valor nominal seja no mínimo 0,90?
- D. Sejam E_1 , E_2 , E_3 as amostras que obedecem à especificação de percentual de sólidos, à especificação de peso molecular e à especificação de cor, respectivamente. Um total de 240 amostras é classificado de acordo com as especificações de E_1 , E_2 e E_3 ; sim, indica que a amostra obedece (dados da Tabela 1).
 - 11. Os eventos E_1 , E_2 e E_3 são mutuamente exclusivos (dois a dois)?
 - 12. Qual é $P(E_1^c \text{ ou } E_2^c \text{ ou } E_3^c)$?
 - 13. Qual é a probabilidade de uma amostra obedecer às três especificações?
 - 14. Qual é a probabilidade de uma amostra obedecer às especificações E_1 ou E_2 ou E_3 ?

Tabela 1 - Classificação de 240 amostras

		E_3 sim			$E_{\it 3}$ não		
		E_2			E_2		
		sim	não	total	sim	não	total
E_1	sim	200	1	201	20	4	24
	não	5	4	9	6	0	6
	Total	205	5	210	26	4	30