

1ª. Prova – 2013/3

- A. Suponha que A, B, D, E e F sejam eventos quaisquer do mesmo espaço amostra Ω :
1. Sabe-se que $P(A|D) \geq P(B|D)$ e $P(A|D^c) \geq P(B|D^c)$. Prove que $P(A) \geq P(B)$.
 2. Os eventos E e F têm probabilidade positiva e não ocorrem simultaneamente. Os eventos E e F são independentes? Justifique.
- B. Suponha que 50% dos itens de uma máquina adequadamente regulada sejam considerados de alta qualidade e o restante da produção seja classificado como de média qualidade. Entretanto, durante 10 % do tempo, a máquina não está corretamente regulada, período no qual apenas 25% dos itens produzidos são classificados como de alta qualidade.
3. Suponha que são selecionados ao acaso e inspecionados cinco itens produzidos pela máquina em determinado período de tempo. Se quatro destes itens inspecionados são de alta qualidade e o outro item seja de média qualidade, qual é a probabilidade de que a máquina estivesse regulada adequadamente no período de tempo considerado?
 4. Um item adicional foi selecionado e classificado como de média qualidade. Suponha que esse item foi produzido pela máquina no mesmo período de tempo que aquele dos outros cinco itens. Qual é a nova probabilidade de que a máquina estivesse regulada adequadamente no período de tempo considerado?
- C. Uma em 100 moedas tem uma cara em ambas as faces. Uma moeda é escolhida ao acaso e é lançada duas vezes. Determine a probabilidade de que ocorram:
5. Duas caras.
 6. Duas coroas.
 7. A moeda escolhida seja a moeda viciada, dado que tenham ocorrido duas coroas.
- D. Antes de um jogo de futebol entre as equipes A e B, três dos onze jogadores da equipe A e quatro dos onze jogadores da equipe B ingeriram substâncias cujo consumo não é permitido pelas regras. O regulamento prevê que dois jogadores de cada uma das equipes serão sorteados aleatoriamente e serão encaminhados ai exame antidoping.
- Caso o exame não acuse a presença de drogas proibidas no material colhido dos quatro jogadores sorteados, o resultado do jogo é válido.
 - Caso o exame acuse a presença de drogas proibidas no material colhido de pelo menos um dos dois jogadores de uma determinada equipe, essa equipe é considerada derrotada (independente de qual tenha sido o resultado do jogo), desde que o exame não detecte nada de irregular com os dois jogadores sorteados da outra equipe.
 - Caso o exame acuse a presença de substâncias proibidas no material colhido de pelo menos um dos dois jogadores sorteados de ambas as equipes, a partida é considerada empatada (independente de qual tenha sido o resultado do jogo).

Quanto ao jogo, os especialistas estimam que a chance de vitória de A corresponde a 50%, a chance de vitória de B corresponde a 40% e a chance de empate corresponde a 10%. Admitindo que há independência entre o resultado do jogo e os resultados dos exames, calcule a probabilidade de que:

8. Ao final, A seja considerado vencedor da partida.
9. Ao final, B seja considerado vencedor da partida.
10. Ao final, a partida seja considerada empatada.