Cálculo de Probabilidades I (EST029-E) – Prof. Lupércio F. Bessegato

2ª. Prova – 2012/1

1. Suponha que a duração da vida (em horas) de certo componente eletrônico seja uma variável aleatória contínua X com função de densidade de probabilidade $f_X(x) = 100/x^2$, para $x > 100$ e zero para quaisquer outros valores de x.
   a. Qual será a probabilidade de que um componente dure menos de 200 horas, se soubermos que ele ainda está funcionando após 150 horas de serviço?
   b. Se três desses componentes forem instalados em conjunto, qual será a probabilidade de que exatamente um deles tenha de ser substituído após 150 horas de serviço?
   c. Qual será o número máximo de componentes que poderá ser colocado em um conjunto, de modo que exista uma probabilidade de 0,5 de que após 150 horas de serviço todas elas ainda estejam funcionando?
2. Seja X uma variável aleatória associada a um espaço amostral Ω, com função de acumulada dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{6} & ,0 \le x < 2 \\ 1 & ,x \ge 2 \end{cases}$$

   Considere os seguintes subconjuntos do contradomínio de X:

$$A = \{0 \le X < 2\}(ou\ seja,\ A = \{w \in \Omega : 0 \le X(w) < 2\}),$$

$$B = \{X = 0\}, e$$

$$C = A \cap B^c$$

   Determine:
   a. P(A);
   b. P(B);
   c. P(C|A).
3. Sabe-se que a função de distribuição acumulada da variável aleatória X é dada por:

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & , x \ge 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

   Seja Y a variável aleatória definida por $Y = e^{-\lambda X}$. Obtenha a distribuição de Y.
4. Se E(X) = 1 e Var(X) = 4, determine:
   a. $E(2 + X^2)$;
   b. $Var(4 + 3X)$.
   c. Calcule uma cota inferior para $P\{-3 \le X \le 5\}$