

2ª. Prova – 2012/3

1. Suponha que a duração da vida (em horas) de certo componente eletrônico seja uma variável aleatória contínua X com função de densidade de probabilidade $f_X(x) = 100/x^2$, para $x > 100$ e zero para quaisquer outros valores de x .
 - a. Qual será a probabilidade de que um componente dure menos de 200 horas, se soubermos que ele ainda está funcionando após 150 horas de serviço?
 - b. Se três desses componentes forem instalados em conjunto, qual será a probabilidade de que exatamente um deles tenha de ser substituído após 150 horas de serviço?
 - c. Qual será o número máximo de componentes que poderá ser colocado em um conjunto, de modo que exista uma probabilidade de 0,5 de que após 150 horas de serviço todas elas ainda estejam funcionando?
2. Seja X uma variável aleatória associada a um espaço amostral Ω , com função de acumulada dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{6} & 0 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

Considere os seguintes subconjuntos do contradomínio de X :

$$A = \{0 \leq X < 2\} \text{ (ou seja, } A = \{\omega \in \Omega : 0 \leq X(\omega) < 2\}),$$

$$B = \{X = 0\}, \text{ e}$$

$$C = A \cap B^c$$

Determine:

- a. $P(A)$;
 - b. $P(B)$;
 - c. $P(C|A)$.
3. Sabe-se que a função de distribuição acumulada da variável aleatória X é dada por:

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & , x \geq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Seja Y a variável aleatória definida por $Y = e^{-\lambda X}$. Obtenha a distribuição de Y .

4. Foguetes são lançados até que o primeiro lançamento bem sucedido tenha ocorrido. Se isso não acontecer até 3 tentativas, o experimento é suspenso e o equipamento inspecionado. Admita que exista uma probabilidade constante de 0,8 de haver um lançamento bem sucedido e que os sucessivos lançamentos sejam independentes. Suponha que o custo do primeiro lançamento seja d unidades monetárias, enquanto os lançamentos subsequentes custam um terço desse valor. Sempre que ocorre um lançamento bem sucedido, certa quantidade de informações é obtida, a qual pode ser expressa como um ganho financeiro de f unidades monetárias.
 - a. Seja L o lucro líquido desse experimento. Estabeleça sua distribuição de probabilidades.
 - b. Calcule a esperança de L .
 - c. Considere que f seja k vezes o valor de d . Estabeleça uma expressão para calcular a máxima quantidade de tentativas de lançamento (n) de maneira que o lucro líquido esperado (L) ainda seja positivo.