

2º Teste de Verificação de Conhecimentos – 2014/1

1. (40%) A função de densidade de probabilidade do comprimento de um bastão metálico é $f(x) = k$, para $2,3 < x < 2,8$ metros e $f(x) = 0$, caso contrário.
 - a. Determine o valor de k .
 - b. Os bastões são considerados conformes se seu comprimento estiver entre 2,25 e 2,75 metros. Qual a proporção dos bastões produzidos por esse processo que não se ajusta às especificações?
 - c. Determine a função de distribuição acumulada da variável aleatória associada ao comprimento dos bastões.
 - d. Use a função de distribuição acumulada para determinar a probabilidade de um comprimento exceder 2,7 metros.
 - e. Escolhe-se ao acaso um bastão metálico. Qual é a probabilidade de ele estar ajustado às especificações dado que ele excede 2,7 metros.
 - f. Determine a probabilidade de escolher-se ao acaso um bastão com exatamente 2,7 metros de comprimento
 - g. Suponha que a função de densidade de probabilidade seja $f(x) = k$ para um intervalo de comprimento 0,5 metro. Sobre que valor a densidade deveria ser centrada, de modo a atingir a maior proporção de bastões dentro das especificações?

2. (20%) Seja X uma variável aleatória associada a um espaço amostral Ω , com função de acumulada dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 1 \\ \frac{1}{2} + \frac{x-1}{4} & , \quad 1 \leq x < 2 \\ \frac{7}{8} + \frac{x-2}{8} & , \quad 2 \leq x < 3 \\ 1 & , \quad x \geq 3 \end{cases}$$

Determine:

- a. $P\{X > 2\}$;
- b. $P\{1 < X \leq 2\}$;
- c. $P\{X = 1 | X \leq 2\}$.

3. (20%) Sabe-se que a função de distribuição acumulada da variável aleatória X é dada por:

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 & , \quad x > 1 \\ x & , \quad 0 < x \leq 1 \\ 0 & , \quad x \leq 0 \end{cases}$$

- a. Determine a função de densidade de probabilidade de X .
- b. Obtenha a função de densidade de probabilidade de $Y = -X^3$.
- c. Calcule $E(Y)$.
4. (20%) X é uma variável aleatória com $E(X) = \mu$ e $\text{Var}(X) = \sigma^2$.
 - a. Determine a esperança e a variância de $Y = aX^2 + bX + c$.
 - b. Determine a esperança e a variância da variável aleatória $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$.
 - c. Determine os valores aproximados da esperança e da variância da variável aleatória $W = \frac{1}{X}$.