

**Fundamentos do Controle
Estatístico do Processo**

Roteiro

1. Introdução
2. Monitoramento de Processos
3. Etapa Inicial: Estabilização e Ajuste do Processo
4. Estimação da Variabilidade
5. Referências

Introdução

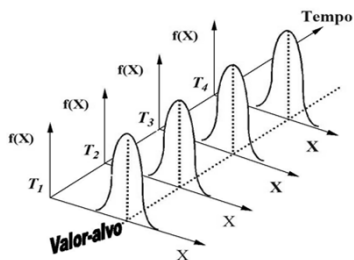
Variabilidade do Processo

- Relaciona-se com a diferença entre as unidades produzidas
 - √ Variabilidade grande
Fácil observar as diferenças
 - √ Variabilidade pequena
Difícil observar as diferenças

Variabilidade Natural

- Resultados de pequenas perturbações (ou causas aleatórias)
 - √ Não é possível ser evitada
 - √ Estado de controle estatístico (sob controle)
Apresenta apenas variabilidade natural
 - √ Isento de causas especiais

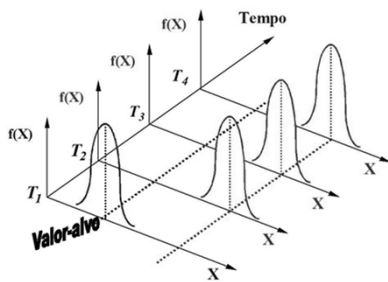
- Processo sob Controle



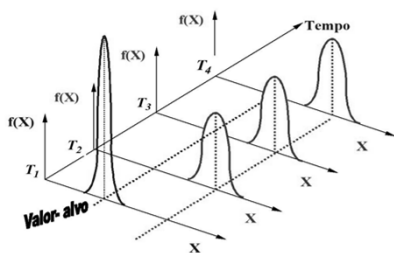
Causa Especial

- Problema ou modo anormal de operação do processo
 - √ Desloca a distribuição da variável aleatória de interesse
 - Tira a média do valor-alvo e/ou aumenta sua dispersão
 - √ Pode ser corrigida ou eliminada
 - √ Processo fora de controle
 - Opera em presença de causas especiais

- Processo fora de controle:
 - √ Desajuste: causa especial desloca a média do processo



- Processo fora de controle:
 - √ Desajuste e instabilidade: causa especial desloca a média e aumenta a variabilidade do processo

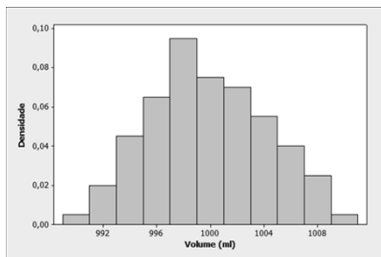


Processo de Produção

- Exemplo: Latícinio
 - √ Característica de Qualidade (X):
 - Volume de cada saco
 - √ Valor-alvo: 1000 ml
 - √ Amostra de tamanho 100
 - √ Resultados amostrais:

| | |
|---------------|-----------|
| Média | 999,84 ml |
| Desvio-Padrão | 4,34 ml |

- Histograma dos valores de X



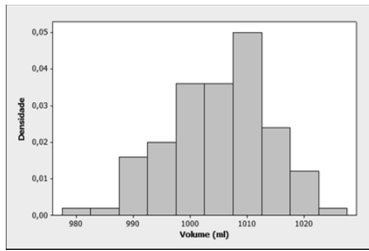
√ X aparenta ser normal

Processo de Produção

- Processo de produção sob influência de causas especiais
 - √ Característica de Qualidade (X):
 - Volume de cada saco
 - √ Valor-alvo: 1000 ml
 - √ Amostra de tamanho 100
 - √ Resultados amostrais:

| | |
|---------------|------------|
| Média | 1004,92 ml |
| Desvio-Padrão | 8,60 ml |

- Histograma dos valores de X



✓ X aparenta ser normal

Gráfico Seqüencial

Gráfico Seqüencial

- Gráfico de dados ao longo do tempo;
 - ✓ Ferramenta de construção e atualização simples;
 - ✓ Pontos marcados em gráfico à medida de sua disponibilidade;

Construção de Gráfico Seqüencial

- Obter dados quantitativos ordenados no tempo;
 - √ Escolher escala da unidade de tempo;
 - √ Escolher escala para os dados quantitativos;
 - √ Quantidade de erros, reclamações, quebras, etc.
- Marcar os pontos e ligá-los através de uma linha

Uso

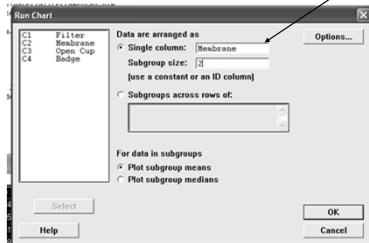
- Monitoramento da média esperada ao longo do tempo;
 - √ Pesquisar tendências, que poderiam indicar presença de causas especiais;
- Utilização comum em ocorrências de:
 - √ Paradas de máquinas;
 - √ Quantidades produzidas;
 - √ Quantidades de refugos
 - √ Outras variáveis no tempo

- Observa-se o aspecto global do gráfico;
- Indicativo de processo fora de controle:
 - √ Algo diferente de uma nuvem de pontos distribuída ao acaso, em torno de um valor constante e com amplitude aproximadamente constantes;
- Em estado de controle estatístico:
 - √ Todas as causas especiais foram bloqueadas;
 - √ A variabilidade existente deve-se às causas comuns
 - Variação natural do processo

Exemplo

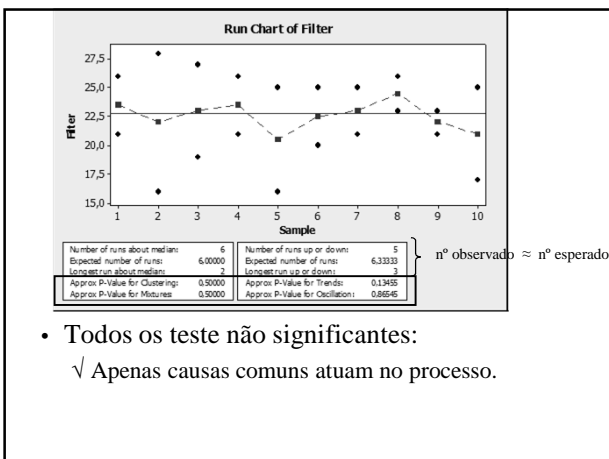
- Produção de dispositivos para medir radiação
 - √ Variável: *Filter*
 - √ 20 dispositivos, em grupos de 2
 - √ Planilha: *radon*

Stat > Quality Tools > Run Chart →



Interpretação Testes para Aleatoriedade

- Se há apenas causas comuns de variação (processo sob controle) os dados exibirão comportamento aleatório:
 - √ Número de rodadas (*runs*) observadas está próximo do número esperado de rodadas;
 - √ Os testes para padrão aleatório são não significativos



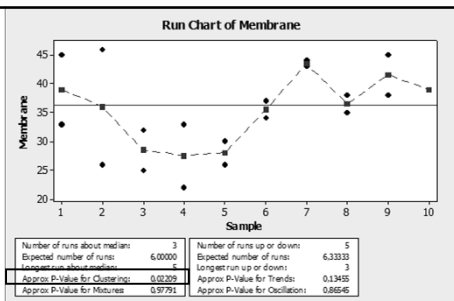
- Todos os teste não significantes:
 - √ Apenas causas comuns atuam no processo.

Testes de Aleatoriedade

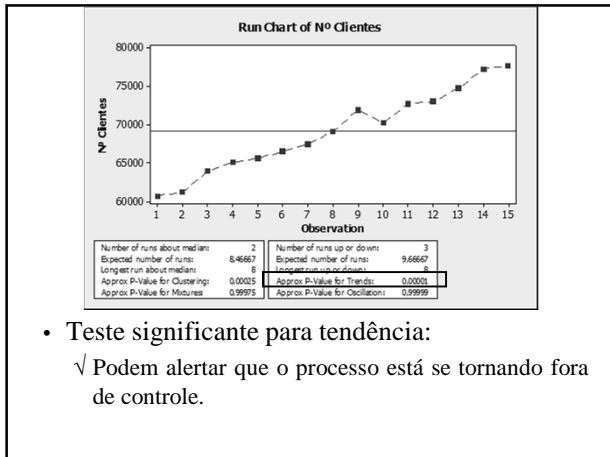
- Rodada (*run*):
 - √ Um ou mais pontos consecutivos do mesmo lado da mediana
- H_0 : dados estão em seqüência aleatória vs
- H_1 : dados não estão em seqüência aleatória
 - √ Se n° observado $>$ n° esperado $\rightarrow H_1$: mistura
 - √ Se n° observado $<$ n° esperado $\rightarrow H_1$: cluster

Cluster

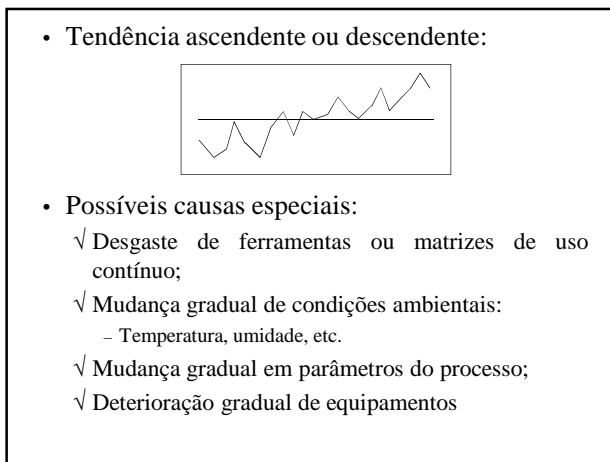
- Grupo de pontos em uma área do gráfico
 - √ Indica variação devido a causas especiais
 - √ Sugerem problemas de medição ou de amostragem

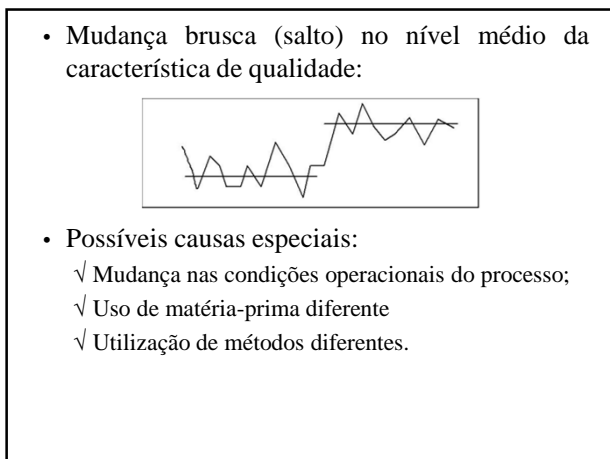


- Teste significativo para *clustering*:
 - √ Causas especiais afetam o processo. Deve-se investigar as possíveis fontes.

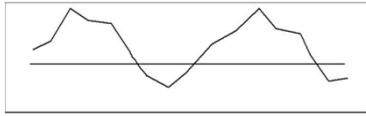


- Teste significativo para tendência:
 - ✓ Podem alertar que o processo está se tornando fora de controle.





- Variações periódicas formando ciclos que se repetem:



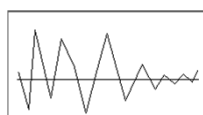
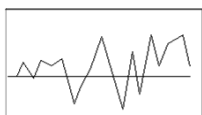
- Possíveis causas especiais:
 - √ Alteração sazonal na matéria-prima;
 - √ Ocorrência de eventos periódicos:
 - Ambientais, físicos, químicos, etc.

- Alteração brusca na amplitude de variação:



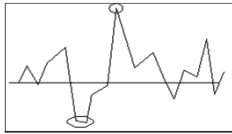
- Possíveis causas especiais:
 - √ Aumento na amplitude:
 - Operador inexperiente;
 - Matéria-prima com maior variação
 - √ Diminuição na amplitude:
 - Operador mais experiente;
 - Matéria-prima mais homogênea

- Alteração gradual na amplitude de variação:



- Possíveis causas especiais:
 - √ Aumento na amplitude:
 - Diminuição habilidade operador (fadiga, etc.)
 - Matéria-prima de pior qualidade
 - Ausência de método de manutenção de qualidade;
 - √ Diminuição na amplitude:
 - Situações opostas.

- Pontos outliers:

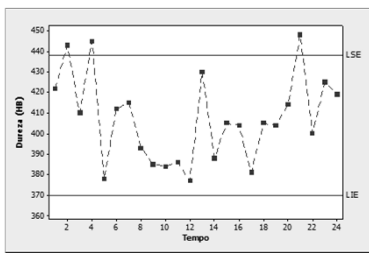


- Possíveis causas especiais:

- √ Erros de cálculo, de medição, de transcrição de dados;
- √ Instrumentos de medição descalibrados;
- √ Descontrole temporário dos parâmetros do processo;
- √ Defeito repentino nos equipamentos (correção imediata)
- √ Amostras coletadas de processos diferentes (mistura de dados).

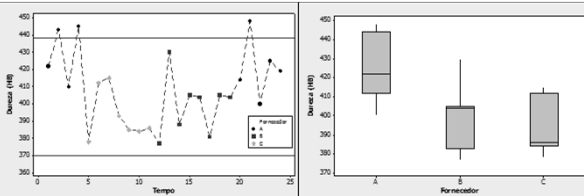
Exemplo – Estratificação

- Medidas de dureza de molas de aço:



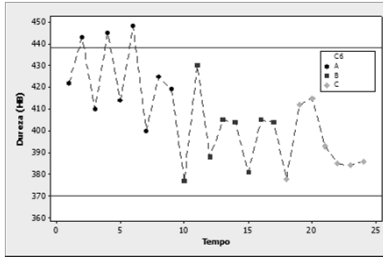
- 3 medidas acima do LSE, indicativo de problema no processo de produção

- Gráfico estratificado por fornecedor:



- √ Todas as medidas acima do LSE correspondem ao fornecedor A

- Ordenando por fornecedor



Monitoramento de Processos

Monitoramento de Processos

- Os processos devem ser monitorados para detectar a presença de causas especiais
 - √ Detectada sua presença, investigar a causa especial
 - √ Identificada, intervém-se para eliminá-la

Gráficos de Controle

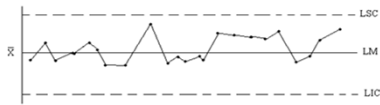
- Principal ferramenta para monitorar processos
 - √ Análise periódica
 - amostra de n itens retiradas a cada intervalo de tempo
 - √ Forma do gráfico de controle:
 - Linha média
 - Limites de controle (superior e inferior)

- Importante:
 - √ Um gráfico de controle não identifica quais as causas especiais atuando no processo
 - √ Gráficos de controle processam e dispõem informações que podem ser utilizadas na identificação

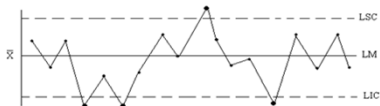
Regra de Decisão

- Processo sob controle
 - √ Os pontos distribuem-se aleatoriamente em torno da linha média
 - √ Não se intervém no processo
- Suspeita de ocorrência de causa especial
 - √ Um dos pontos cai na região de ação do gráfico
 - √ Afastamento excessivo da linha média
 - √ Intervém-se no processo
 - Identificação e ação corretiva

• Processo sob controle



• Processo fora de controle



- √ Pontos fora dos limites de controle
- √ Pontos não apresentam configuração aleatória

Exemplo

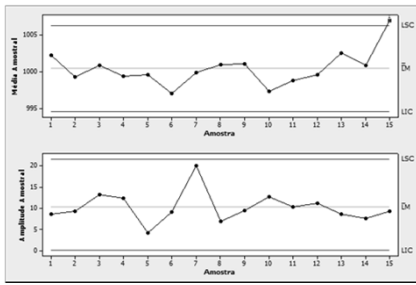
• Produção de leite

- √ Característica de qualidade: Volume (ml)
- √ Amostras de tamanho 5 ($n = 5$) coletadas a cada 30 min ($h = 30$)
- √ Estatísticas amostrais:
 - Média da i -ésima amostra: \bar{X}_i
 - Amplitude da i -ésima amostra: R_i

• Valores amostrais

| Amostra | X i1 | X i2 | X i3 | X i4 | X i5 | Xbar | R |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|
| 1 | 1001.7 | 1004.0 | 1004.8 | 996.3 | 1004.3 | 1002.2 | 8.5 |
| 2 | 999.7 | 1000.3 | 1003.2 | 993.9 | 998.9 | 999.2 | 9.3 |
| 3 | 990.9 | 1004.0 | 1003.0 | 1004.0 | 1002.0 | 1000.8 | 13.1 |
| 4 | 1000.7 | 1007.3 | 998.1 | 995.5 | 994.9 | 999.3 | 12.4 |
| 5 | 1000.7 | 998.3 | 998.9 | 997.8 | 1001.9 | 999.5 | 4.1 |
| 6 | 998.6 | 993.7 | 1002.8 | 995.5 | 994.1 | 996.9 | 9.1 |
| 7 | 1002.7 | 1010.5 | 990.5 | 992.5 | 1003.0 | 999.8 | 20.0 |
| 8 | 1000.4 | 1004.0 | 1003.0 | 999.8 | 997.2 | 1000.9 | 6.8 |
| 9 | 999.9 | 1005.6 | 996.1 | 1005.5 | 998.1 | 1001.0 | 9.5 |
| 10 | 994.3 | 993.2 | 1005.8 | 996.4 | 996.7 | 997.3 | 12.6 |
| 11 | 997.4 | 997.1 | 998.0 | 995.6 | 1005.8 | 998.8 | 10.2 |
| 12 | 1003.5 | 992.3 | 1000.8 | 1000.0 | 1001.2 | 999.6 | 11.2 |
| 13 | 1003.4 | 1004.6 | 1001.3 | 997.3 | 1005.8 | 1002.5 | 8.5 |
| 14 | 997.7 | 1004.6 | 997.0 | 1001.0 | 1003.9 | 1000.8 | 7.6 |
| 15 | 1012.0 | 1007.0 | 1002.7 | 1008.0 | 1005.0 | 1006.9 | 9.3 |

Gráfico de Controle de \bar{X} e R



✓ Afastamento de \bar{X}_{15} deve-se provavelmente a causa especial

Construção de Gráficos de Controle \bar{X}

- Parâmetros do processo sob controle
 - ✓ μ_0 : média da distribuição de X
 - ✓ σ_0 : desvio-padrão da distribuição de X
- Parâmetros do processo determinam os limites de controle
 - ✓ A média deve coincidir com o valor-alvo especificado
 - ✓ Se não estiver definido, deve ser estimado
 - ✓ O desvio-padrão do processo é estimado
 - ✓ As estimativas devem ocorrer em período em que o processo permanece isento de causas especiais

Uso dos Gráficos de Controle

- Valores observados da variável de interesse devem ser independentes
- Há processos em que os valores da variável X são correlacionados entre si
- É possível usar os gráficos de Shewhart mesmo quando a distribuição não for normal

Tipos de Gráficos de Controle

- Gráfico de Variáveis
 - √ Monitoram características de qualidade medidas em uma escala contínua
- Gráfico de Atributo:
 - √ Monitoram característica de qualidade categórica ou de contagem

Gráficos de Variável

- √ Gráfico \bar{X}
 - √ Gráfico R
 - √ Gráfico S
- } Gráfico \bar{X} - R ou \bar{X} - S
- √ Gráfico de medidas individuais
 - √ Gráfico de amplitude móvel
- } Gráfico X-AM
- √ Outros tipos
 - Gráfico CUSUM
 - Gráfico EWMA

Em geral, têm como pressupostos normalidade e independência

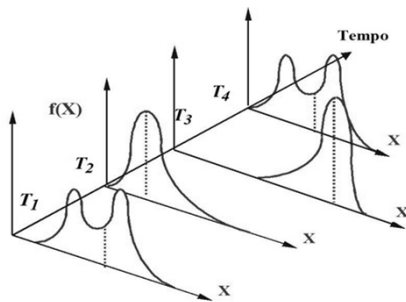
Gráficos de Atributos

- Gráfico p Modelo Binomial
 - √ Monitora proporção de defeituosos
- Gráfico np
 - √ Monitora número de itens não-conformes
- Gráfico c Modelo Poisson
 - √ Monitora número de não-conformidades em unidade de produto
- Gráfico u
 - √ Monitora número médio de não conformidades por unidade de produto

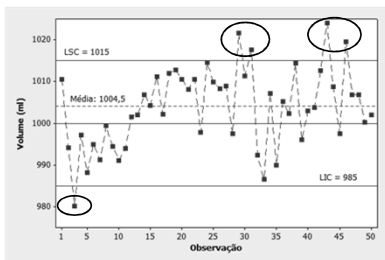
Etapa Inicial: Estabilização e Ajuste do
Processo

Processo Instável

- Distribuição do volume de leite (processo instável)



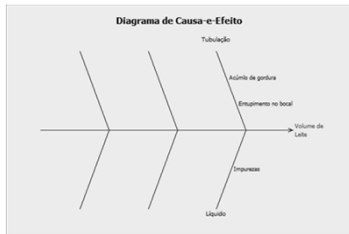
- Limites de especificação: 1000 ± 15 (ml)
- Volume medido a cada 15 min.



√ A característica de qualidade não é estável

Ajuste do Processo – Diagnóstico

- Diagrama de Causa e Efeito
 - √ Causas especiais que afetam o volume de leite



- √ Acúmulo de gordura
- √ Entupimento no boal
- √ Impurezas no líquido

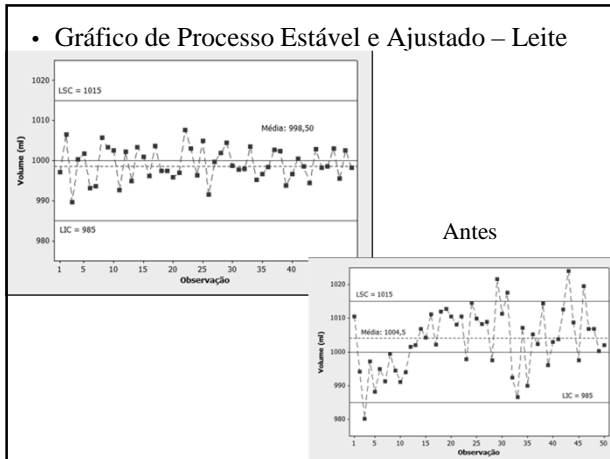
Ajuste do Processo – Correção/Prevenção

- Após o diagnóstico, eliminam-se as causas especiais

| Causa Especial | Medida Corretiva/Preventiva |
|----------------------|-----------------------------|
| Gordura na tubulação | Limpeza mensal da tubulação |
| Entupimento do bocal | Troca semanal do bocal |
| Impurezas no leite | Utilização de filtros |

Processo Estável e Ajustado

- √ Os valores de X devem vir de uma distribuição com média constante
 - Coincidindo com o valor-alvo
- √ Valores variam em torno da média com maior incidência de pontos mais próximos de seu valor
 - Pontos afastados são menos frequentes
- √ Dispersão limitada e com padrão aleatório
- √ Não deve haver dependência entre valores consecutivos de X



Construção do Gráfico de Controle

- μ_0 e σ_0 são desconhecidos e devem ser estimados
- Certeza de processo sob controle durante amostragem
 - ✓ \bar{X} estima μ_0
 - ✓ S^2 estima σ^2
 - ✓ Na prática, não se sabe se o processo permanece isento de causas especiais durante amostragem

Estimação da Variabilidade do Processo

Subgrupos Racionais

- Retiram-se pequenas amostras a intervalos de tempos regulares
 - √ Cada amostra (ou subgrupo racional) constitui-se de unidades produzidas quase no mesmo instante
 - √ Difícilmente ocorrerá uma causa especial durante a formação do subgrupo
 - √ O procedimento minimiza a probabilidade de amostra com elementos de populações diferentes

Importante

- Perturbação entre a retirada de amostras não aumentará a variabilidade **em cada** amostra, mas **entre** amostras
 - √ Aumento da variabilidade de média amostrais
- Estima-se a variabilidade do processo com base na dispersão de valores **dentro** da amostra

Estimação de σ – Desvio-padrão Amostral (S)

- Dada amostra aleatória X_1, X_2, \dots, X_n com $\text{Var}(X_1) = \sigma^2$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$
 - √ S: desvio-padrão amostral
 - √ S é viciado para $\sigma \rightarrow E(S) \neq \sigma$
- Se a amostra aleatória provém de uma normal:
 - √ $E(S) = c_4 \sigma$, com $c_4 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n-1}} \frac{\Gamma(\frac{n}{2})}{\Gamma(\frac{n-1}{2})}$
 - √ $c_4 < 1, \forall n$, e $c_4 \rightarrow 1$, quando n cresce

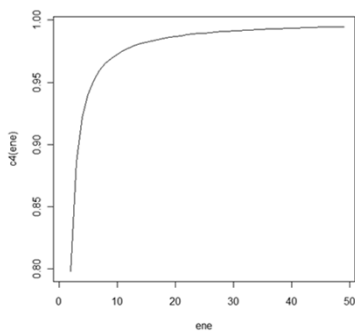
- $\text{Var}(S) = E(S^2) - [E(S)]^2 = (1-c_4^2) \sigma^2$

- Valor aproximado de c_4 :

$$c_4 \approx \frac{4(n-1)}{4n-3}$$

√ A aproximação melhora a medida em que n cresce

Comportamento de c_4



Estimação de σ – Amplitude Amostral (R)

- Dada amostra aleatória X_1, X_2, \dots, X_n com $\text{Var}(X_1) = \sigma^2$

√ R: amplitude amostral

$$R = \max\{X_1, \dots, X_n\} - \min\{X_1, \dots, X_n\}$$

√ R é viciado para $\sigma \rightarrow E(R) \neq \sigma$

- Se a amostra aleatória provém de uma normal:

√ $E(R) = d_2 \sigma$

√ \bar{R} é estimador não viesado de $E(R) \rightarrow$

$\frac{\bar{R}}{d_2}$ é não viciado para estimar σ

Estimador S_A

- Considera uma única amostra de mn elementos

$$S_A = \frac{1}{c_4} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X})^2}{mn - 1}}$$

✓ x_{ij} : j -ésimo elemento do i -ésimo subgrupo

✓ n : tamanho do subgrupo

✓ m : número de subgrupos

✓ média global: $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m}$

✓ c_4 : correção de vício
depende de mn

✓ Estimativa de S_A : $X_{ij} \sim N(1.000, 4)$

| Subgrupo (i) | Amostra | | | | | Estatísticas Amostrais | | |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|------------------------|-------|-------|
| | X_{i1} | X_{i2} | X_{i3} | X_{i4} | X_{i5} | \bar{X}_i | R_i | S_i |
| 1 | 992,9 | 1006,7 | 1002,7 | 1005,4 | 995,8 | 1001,2 | 13,8 | 5,8 |
| 2 | 1001,8 | 995,8 | 990,0 | 999,1 | 998,8 | 998,2 | 6,0 | 2,4 |
| 3 | 1001,2 | 1001,4 | 999,0 | 997,8 | 994,2 | 998,7 | 7,2 | 2,9 |
| 4 | 995,8 | 1002,1 | 998,7 | 993,9 | 999,6 | 998,0 | 5,8 | 3,7 |
| 5 | 996,8 | 1006,4 | 1006,9 | 994,8 | 995,4 | 1000,6 | 12,4 | 5,7 |
| 6 | 1000,9 | 1004,2 | 999,2 | 997,8 | 997,9 | 1000,0 | 6,4 | 2,7 |
| 7 | 1000,2 | 1002,6 | 998,8 | 1006,4 | 1005,8 | 1002,7 | 8,1 | 3,8 |
| 8 | 1008,8 | 996,1 | 1000,6 | 995,2 | 1005,8 | 1000,2 | 10,6 | 4,6 |
| $s = 4,0657$ | Médias | | | | | 999,8 | 6,2 | 5,0 |

$$S_A = \frac{1}{c_4} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X})^2}{mn - 1}}$$

$$S_A = \frac{1}{c_4(40)} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^5 (X_{ij} - 999,8)^2}{8(5) - 1}} = \frac{4,0657}{0,9936} = 4,09$$

Estimador S_B

- Considera desvio-padrão das médias dos m subgrupos

$$S_B = \left[\frac{1}{c_4} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (\bar{X}_i - \bar{X})^2}{m - 1}} \right] \sqrt{n}$$

✓ $\sigma = \sigma_{\bar{X}} \sqrt{n}$

✓ $[\cdot]$: estimador de $\sigma_{\bar{X}}$

✓ c_4 : correção de vício
depende de m

Estimador S_D

- Considera a amplitude amostral R

$$S_D = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$\bar{R} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m R_i$$

✓ R_i : amplitude amostral do i -ésimo subgrupo

✓ d_2 : correção de vício
depende de n

✓ Estimativa de S_D

| Subgrupo (i) | Amostra | | | | | Estatísticas Amostrais | | |
|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|------------------------|-------|-------|
| | X_{i1} | X_{i2} | X_{i3} | X_{i4} | X_{i5} | $\bar{X}_{i\cdot}$ | R_i | S_i |
| 1 | 992,9 | 1006,7 | 1002,7 | 1005,4 | 998,8 | 1001,2 | 18,8 | 5,6 |
| 2 | 1001,8 | 995,8 | 999,0 | 999,1 | 996,5 | 998,2 | 6,0 | 2,4 |
| 3 | 1001,2 | 1001,4 | 999,0 | 997,8 | 994,2 | 998,7 | 7,2 | 2,9 |
| 4 | 998,8 | 1002,1 | 998,7 | 998,8 | 998,8 | 998,9 | 5,8 | 3,7 |
| 5 | 998,8 | 1006,4 | 1006,9 | 994,8 | 998,4 | 1000,6 | 12,4 | 5,7 |
| 6 | 1000,9 | 1004,2 | 999,2 | 997,8 | 997,9 | 1000,0 | 6,4 | 2,7 |
| 7 | 1000,2 | 1002,6 | 998,8 | 1006,4 | 1005,8 | 1002,7 | 8,1 | 3,8 |
| 8 | 1008,8 | 996,1 | 1000,8 | 995,2 | 1005,8 | 1000,2 | 10,6 | 4,6 |
| | | | | Mediana | | 999,8 | 9,2 | 5,9 |

$$S_D = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad S_D = \frac{9,2}{d_2(5)} = \frac{9,2}{2,32593} = 3,94$$

$$\bar{R} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m R_i$$

✓ Estimativa Variabilidade do Processo (σ_0) – Resumo

| Variabilidade entre amostras | | Variabilidade dentro Amostras | |
|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------|
| $S_A = 4,0915462$ | $S_B = 4,21896$ | $S_C = 4,12796$ | $S_D = 3,98929$ |
| $\bar{R}_{global} = 4,066$ | $\bar{R}_{mediana} = 1,8203$ | $\bar{R}_{barra} = 3,830$ | $\bar{R}_{barra} = 9,2$ |
| $c_4(40) = 0,99361$ | $c_4(5) = 0,96503$ | $c_4(5) = 0,93999$ | $d_2(5) = 2,32593$ |
| $m \times n = 40$ | $m = 8$ | | $n = 5$ |

| Subgrupo (i) | Amostra | | | | | Estatísticas Amostrais | | |
|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|------------------------|-------|-------|
| | X_{i1} | X_{i2} | X_{i3} | X_{i4} | X_{i5} | $\bar{X}_{i\cdot}$ | R_i | S_i |
| 1 | 992,9 | 1006,7 | 1002,7 | 1005,4 | 998,8 | 1001,2 | 18,8 | 5,6 |
| 2 | 1001,8 | 995,8 | 999,0 | 999,1 | 996,5 | 998,2 | 6,0 | 2,4 |
| 3 | 1001,2 | 1001,4 | 999,0 | 997,8 | 994,2 | 998,7 | 7,2 | 2,9 |
| 4 | 998,8 | 1002,1 | 998,7 | 998,8 | 998,8 | 998,9 | 5,8 | 3,7 |
| 5 | 998,8 | 1006,4 | 1006,9 | 994,8 | 998,4 | 1000,6 | 12,4 | 5,7 |
| 6 | 1000,9 | 1004,2 | 999,2 | 997,8 | 997,9 | 1000,0 | 6,4 | 2,7 |
| 7 | 1000,2 | 1002,6 | 998,8 | 1006,4 | 1005,8 | 1002,7 | 8,1 | 3,8 |
| 8 | 1008,8 | 996,1 | 1000,8 | 995,2 | 1005,8 | 1000,2 | 10,6 | 4,6 |
| | | | | Mediana | | 999,8 | 9,2 | 5,9 |

Estimação da Variabilidade – Exemplo

- Simulação de Processo com Influência de Causa Especial
 - √ $X \sim N(1000,4)$ para $i \neq 2$ e $X \sim N(1010,4)$ para $i=2$
 - √ $m=8$
 - √ $n = 5$

• Estimação Variabilidade do Processo (σ_0)

| Subgrupo (i) | Amostra | | | | | Estatísticas Amostrais | | |
|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|------------------------|-------|-------|
| | X_{i1} | X_{i2} | X_{i3} | X_{i4} | X_{i5} | \bar{X}_i | R_i | S_i |
| 1 | 992,9 | 1006,7 | 1002,7 | 1005,4 | 998,8 | 1001,2 | 13,8 | 5,6 |
| 2 | 1008,2 | 1009,8 | 1010,8 | 1008,4 | 1010,8 | 1009,6 | 2,6 | 1,8 |
| 3 | 1001,2 | 1001,4 | 999,0 | 997,8 | 994,2 | 998,7 | 7,2 | 2,9 |
| 4 | 998,8 | 1002,1 | 998,7 | 998,6 | 996,6 | 998,9 | 8,8 | 3,7 |
| 5 | 996,8 | 1006,4 | 1006,9 | 994,5 | 998,4 | 1000,6 | 12,4 | 5,7 |
| 6 | 1000,9 | 1004,2 | 999,2 | 997,8 | 997,9 | 1000,0 | 6,4 | 2,7 |
| 7 | 1000,2 | 1002,6 | 998,8 | 1006,4 | 1008,8 | 1002,7 | 8,1 | 3,8 |
| 8 | 1008,8 | 996,1 | 1000,8 | 998,2 | 1005,8 | 1000,2 | 10,6 | 4,6 |
| Médias | | | | | | 1001,2 | 5,7 | 3,7 |

| Variabilidade entre amostras | | Variabilidade dentro Amostras | |
|------------------------------|------------------------|-------------------------------|--------------------|
| $S_A = 5,113638$ | $S_B = 8,70714$ | $S_C = 3,98070$ | $S_D = 3,76656$ |
| $s_{pooled} = 5,081$ | $s_{within} = 3,75778$ | $s_{within} = 3,742$ | $R_{within} = 8,7$ |
| $c_1(40) = 0,99361$ | $c_4(8) = 0,96503$ | $c_1(5) = 0,93996$ | $d_2(5) = 2,32593$ |
| $m \times n = 40$ | $m = 8$ | $n = 5$ | |

Simulações – Comparação

| | Causa Especial | | Comentários |
|-------|----------------|-----|-------------------------------------|
| | isento | com | |
| S_A | 4,1 | 5,1 | Afetados pela causa especial |
| S_B | 4,2 | 8,7 | (superestimam σ_0) |
| S_C | 4,1 | 4,0 | Não afetados pela causa especial |
| S_D | 3,9 | 3,8 | Mais robustos a desajustes da média |

Comentários

- S_A e S_B são muito afetados por deslocamentos da média
 - √ S_A : baseado na dispersão de todos os pontos
 - √ S_B : baseado nas diferenças entre médias amostrais
- S_C e S_D são insensíveis a causas especiais que altera, a média do processo
 - √ Baseiam-se apenas na dispersão **dentro** das amostras

- Para subgrupos grandes ($n \geq 10$)
 - √ S_C usa mais informações que S_D (apenas duas)
 - √ S_C é mais eficiente que S_D
- Para subgrupos pequenos ($n < 10$)
 - √ S_D é praticamente tão preciso quanto S_C
- S_D será adotado como estimador de σ por ser robusto a alterações na média e por simplicidade de cálculo
 - √ Estimador mais usado em CEP

Referências

Bibliografia Recomendada

- COSTA, A.F.B.; EPPRECHT, E.K. e CARPINETTI, L.C.R. *Controle Estatístico de Qualidade*. Atlas, 2004
- MONTGOMERY, D.C. *Introdução ao Controle Estatístico de Qualidade*, 4ª. edição. LTC, 2004
- WERKEMA, M.C.C. *Ferramentas Estatísticas Básicas para o Gerenciamento de Processos*. Fundação Cristiano Ottoni, 1995.
