

Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Outras técnicas
Referências Bibliográficas

Controle de Qualidade

Lupércio França Bessegato

Especialização em Estatística

◀ ▶ 🔍 🔄 🏠

Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Outras técnicas
Referências Bibliográficas

Roteiro da apresentação

- 1 Qualidade na empresa
- 2 Fundamentos de CEP
- 3 Gráfico por variáveis
- 4 Capacidade do processo
- 5 Gráficos por atributos
- 6 Processos com autocorrelação
- 7 Outras técnicas
- 8 Referências Bibliográficas

◀ ▶ 🔍 🔄 🏠

Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Outras técnicas
Referências Bibliográficas

Processos com autocorrelação

Gráficos de Controle para Processos Autocorrelacionados

◀ ▶ 🔍 🔄 🏠

Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Outras técnicas
Referências Bibliográficas

Gráfico de Controle de Shewhart

- Hipóteses do gráfico de controle convencional:
 - Normalidade e independência da característica de qualidade
- Violações das hipóteses
 - Os gráficos convencionais funcionam razoavelmente bem se a hipótese de normalidade for violado com moderação
 - A violação da hipótese de independência das observações reduz a aplicabilidade dos gráficos convencionais

◀ ▶ 🔍 🔄 🏠

Processos Correlacionados

Qualidade na empresa
Fundamentos da CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Outras técnicas
Referências Bibliográficas

- O risco α aumenta, comprometendo a credibilidade do gráfico devido a um número elevado de alarmes falsos;
- Os gráficos de controle eram destinados originalmente à indústria de partes discretas (com nenhum ou quase nenhum grau de automação). Nesses processos a condição de independência das observações geralmente é satisfeita;
- Processos contínuos e por bateladas raramente produzem observações independentes;
- Processos discretos altamente automatizados também têm essa característica;

◀ ▶ 🔍 🔄 📄

Correlação

Qualidade na empresa
Fundamentos da CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Outras técnicas
Referências Bibliográficas

- Coeficiente de correlação entre 2 variáveis aleatórias X e Y :

$$\rho_{X,Y} = \frac{E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]}{\sigma_X \sigma_Y}$$

- Coeficiente de correlação amostral:

$$r_{x,y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

◀ ▶ 🔍 🔄 📄

Correlação Serial

Qualidade na empresa
Fundamentos da CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Outras técnicas
Referências Bibliográficas

- A correlação serial ou autocorrelação entre as observações X_i e X_{i-k} é:

$$r_k = \frac{\sum_{i=k+1}^n (x_i - \bar{x})(x_{i-k} - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

- O conjunto de coeficientes de autocorrelação amostrais $(r_1, r_2, \dots, r_{n-1})$ é denominado função de autocorrelação amostral da série de dados X .

◀ ▶ 🔍 🔄 📄

Exemplo

Qualidade na empresa
Fundamentos da CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Outras técnicas
Referências Bibliográficas

- Medições sucessivas de temperatura de banho químico, espaçadas em 3 minutos:
 - Valor-alvo: 225°C;
 - Amostra de tamanho: 150

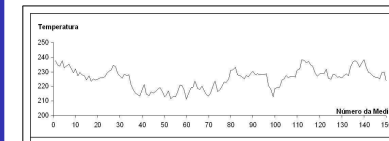


Figura: Série de medidas da temperatura do banho químico

◀ ▶ 🔍 🔄 📄

Autocorrelação das medidas

Qualidade na empresa
Fundamentos do CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Obras técnicas
Referências Bibliográficas

k	r _k	k	r _k
1	0,893	7	0,465
2	0,793	:	:
3	0,714	15	0,217
4	0,638	16	0,194
5	0,588	:	:
6	0,527	:	:

- À medida em que a defasagem aumenta, reduz-se a dependência de x_i em relação à x_{i-k} ;
- Nível de correlação suficiente para comprometer o desempenho do gráfico de Shewhart

◀ ▶ ↺ ↻ 🔍 🔄

Comentários

Qualidade na empresa
Fundamentos do CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Obras técnicas
Referências Bibliográficas

- Motivo da correlação: em intervalos curtos a variação de temperatura não pode ser muito grande (medida acima da média tende a ser seguida por medida acima da média);
- Se o nível médio da característica \bar{X} variar em ciclos, podem ocorrer autocorrelações mais altas para defasagens grandes.

◀ ▶ ↺ ↻ 🔍 🔄

Monitoramento da Temperatura com Gráfico $\bar{X}-R$

Qualidade na empresa
Fundamentos do CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Obras técnicas
Referências Bibliográficas

- Registro de 3 temperaturas espaçadas de 3 minutos a cada 30 minutos:

Amostra	x_1	x_2	x_3	\bar{R}	\bar{X}
1	237,59	234,40	233,66	3,93	235,22
2	227,02	229,42	227,65	2,40	228,03
3	225,68	225,70	226,29	0,61	225,89
4	225,17	228,29	227,44	3,12	226,97
5	221,34	214,47	213,71	7,64	216,51
6	213,88	216,78	211,56	5,22	214,07
:	:	:	:	:	:
18	229,08	229,53	229,20	0,45	229,27
19	215,55	221,28	219,07	5,73	218,63
20	229,25	226,33	226,85	3,02	227,44
				$\bar{R} = 3,703$	$\bar{X} = 226,085$

◀ ▶ ↺ ↻ 🔍 🔄

Cálculo dos Limites de Controle

Qualidade na empresa
Fundamentos do CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Obras técnicas
Referências Bibliográficas

- Estimativa da média do processo:
 $\hat{\mu}_0 = \bar{\bar{X}} = 226,085$
- Estimativa do desvio-padrão do processo:
 $\hat{\sigma}_0 = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{3,703}{1,693} = 2,187$
- Limites de controle do gráfico de \bar{X} :
 $LSC_{\bar{X}} = 226,085 + 3 \times 2,187/\sqrt{3} = 229,873$
 $LM_{\bar{X}} = 226,085$
 $LIC_{\bar{X}} = 226,085 - 3 \times 2,187/\sqrt{3} = 222,298$
- Limites de controle do gráfico de R :
 $LSC_R = (1,693 + 3 \times 0,888) \times 2,187 = 9,531$
 $LM_R = 3,703$
 $LIC_R = 0$

◀ ▶ ↺ ↻ 🔍 🔄

Resultados

Qualidade na empresa
Fundamentos do CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Outras técnicas
Referências Bibliográficas

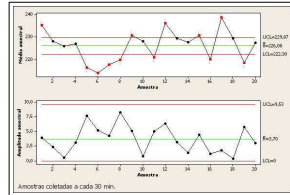


Figure: Monitoramento com amostras de tamanho 3 a cada 30 min.

- O gráfico de R não sinaliza desajuste do processo;
- Os sinais apontados no gráfico de \bar{X} indicam a ocorrência de causas especiais?

◀ ▶ 🔍 🔄 📄 🗑️

Efeitos da Autocorrelação

Qualidade na empresa
Fundamentos do CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Outras técnicas
Referências Bibliográficas

- Amostras com medidas tomadas em curto espaço de tempo não variam muito:
 - Subestimação de σ ;
 - Variabilidade dentro da amostra é menor que a do processo (Desvio-padrão das 60 observações: 6,823)
 - Limites de controle demasiadamente estreitos aumentando a proporção de alarmes falsos;
- Motivo:
Observações correlacionadas da característica da qualidade (dentro da amostra) levam a problemas de alarmes falsos no gráfico de \bar{X} ;
- Solução:
Na ausência de ciclos (sazonalidade), observações suficientemente defasadas comportam-se como observações independentes.

◀ ▶ 🔍 🔄 📄 🗑️

Processos com autocorrelação

Qualidade na empresa
Fundamentos do CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Outras técnicas
Referências Bibliográficas

Gráfico de Observações Individuais

◀ ▶ 🔍 🔄 📄 🗑️

Motivação

Qualidade na empresa
Fundamentos do CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Outras técnicas
Referências Bibliográficas

- Buscar um método de monitoramento que não subestime o desvio-padrão do processo (evitar limites de controle estreitos);
- Uma solução:
 - Espaçar as medidas por um espaço de tempo suficientemente longo;
 - Amostras individuais, mas com observações não muito espaçadas no tempo.
- Gráficos de \bar{X} e R substituídos por:
 - Gráfico de observações individuais (X);
 - Gráfico de amplitude móvel (MR).

◀ ▶ 🔍 🔄 📄 🗑️

Medidas Individuais

Qualidade na empresa
Fundamentos do CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Cursos técnicos
Referências Bibliográficas

- Medidas da característica de qualidade:
 X_i : valor da i -ésima medida da característica;
 $MR_i = \max\{x_i - x_{i-1}\} - \min\{x_i - x_{i-1}\}$.

- Estimativa da média e do desvio-padrão do processo:
A partir de conjunto de m amostras

$$\hat{\mu}_0 = \bar{X} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{i=m} x_i$$

$$\hat{\sigma}_0 = S_D = \frac{MR}{d_2}, \text{ onde:}$$

$$MR = \frac{1}{m-1} \sum_{i=2}^{i=m} MR_i, \text{ e}$$

$$d_2 = 1,128$$

⏪ ⏩ ⏴ ⏵ ⏶ ⏷ ⏸ ⏹ ⏺ ⏻ ⏼ ⏽ ⏾ ⏿

Limites 3σ

Qualidade na empresa
Fundamentos do CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Cursos técnicos
Referências Bibliográficas

- Limites de controle para gráfico de medidas individuais:

$$LSC_X = \hat{\mu}_0 + 3\hat{\sigma}_0$$

$$LM_X = \hat{\mu}_0$$

$$LIC_X = \hat{\mu}_0 - 3\hat{\sigma}_0$$

- Limites de controle para gráfico de amplitude móvel:

$$LSC_{MR} = (d_2 + 3d_3)\hat{\sigma}_0 = 3,687\hat{\sigma}_0$$

$$LM_{MR} = d_2\hat{\sigma}_0$$

$$LIC_{MR} = 0$$

⏪ ⏩ ⏴ ⏵ ⏶ ⏷ ⏸ ⏹ ⏺ ⏻ ⏼ ⏽ ⏾ ⏿

Temperatura de Banho Químico

Qualidade na empresa
Fundamentos do CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Cursos técnicos
Referências Bibliográficas

- Medidas de temperatura a cada 1 hora, quando a autocorrelação é não significativa;

Amostra	x_i	MR
1	227,02	
2	225,18	1,84
3	213,88	11,30
4	215,31	1,43
5	227,67	12,36
6	232,02	4,35
⋮	⋮	⋮
18	225,92	3,25
19	216,49	9,43
20	227,74	11,25
	$\bar{X} = 225,016$	$MR = 7,102$

⏪ ⏩ ⏴ ⏵ ⏶ ⏷ ⏸ ⏹ ⏺ ⏻ ⏼ ⏽ ⏾ ⏿

Construção do Gráfico

Qualidade na empresa
Fundamentos do CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Cursos técnicos
Referências Bibliográficas

- Estimativa da média e do desvio-padrão do processo:

$$\hat{\mu}_0 = \bar{X} = 225,016$$

$$\hat{\sigma}_0 = \frac{7,102}{1,128} = 6,296$$

- Limites de controle para gráfico de medidas individuais:

$$LSC_X = 225,02 + 3 \times 6,296 = 243,90$$

$$LM_X = 225,02$$

$$LIC_X = 225,02 - 3 \times 6,296 = 206,13$$

- Limites de controle para gráfico de amplitude móvel:

$$LSC_{MR} = 3,687 \times 6,296 = 23,20$$

$$LM_{MR} = 7,10$$

$$LIC_{MR} = 0$$

⏪ ⏩ ⏴ ⏵ ⏶ ⏷ ⏸ ⏹ ⏺ ⏻ ⏼ ⏽ ⏾ ⏿

Gráficos de Controle

Qualidade na empresa
Fundamentos da CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Cursos técnicos
Referências Bibliográficas

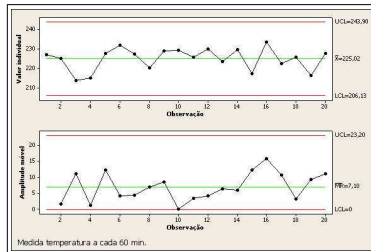


Figura: Monitoramento com medidas individuais a cada 60 min.

Comentários

Qualidade na empresa
Fundamentos da CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Cursos técnicos
Referências Bibliográficas

- Não há indicação de descontrole do processo. Os pontos fora dos limites do gráfico de \bar{X} parecem ser alarmes falsos;
- As observações individuais foram espaçadas por um intervalo de tempo suficientemente longo para que o efeito da autocorrelação se dissipasse;
- Gráficos de controle adequados para processos contínuos autocorrelacionados.

Dissipação da Autocorrelação

Qualidade na empresa
Fundamentos da CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Cursos técnicos
Referências Bibliográficas

Intervalo de tempo mínimo necessário para a dissipação do efeito da autocorrelação:

- Calcular a função de autocorrelação: $(r_1, r_2, \dots, r_{n-1})$
- Verificar o menor valor de k a partir do qual r_k é muito pequeno. Costuma-se considerar $r_k < 0,20$
- Da Tabela 6.3, tem-se que $r_{16} = 0,1965$ é o primeiro valor em que $r_k < 0,20$;
- Espaçamento: $16 \times 3 = 48$ minutos. Adotado $k = 20$.

Exemplo 2

Qualidade na empresa
Fundamentos da CEP
Gráficos por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Processos com autocorrelação
Cursos técnicos
Referências Bibliográficas

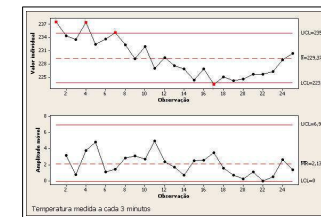


Figura: Monitoramento com medidas individuais a cada 3 min.

- Observações altamente correlacionadas, levando a limites mais estreitos, implicando aumento de alarmes falsos.