Gráfico de Controle por Variáveis

Roteiro

1. Construção de Gráficos de Controle de $\overline{X}$ e R
2. Análise de Desempenho dos Gráficos $\overline{X}$ e R
3. Alternativas para Monitoramento da Dispersão
4. Regras Suplementares de Decisão para Gráficos $\overline{X}$
5. Escolha do Intervalo de Tempo entre Amostras
6. Referências

Principais Gráficos de Variáveis

- Gráfico de Média ($\overline{X}$)
- Gráfico de Amplitude (R)
- Gráfico de Variância (S^2)
- Gráfico de Desvio-Padrão (S)

Construção dos Gráficos de Controle $\bar{X}$ e R

Variáveis Contínuas

- Para monitoramento de característica de qualidade contínua são usuais:
  - √ Gráfico de Média $\bar{X}$:
    - monitorar centralidade do processo
      ajuste do processo
  - √ Gráfico de Amplitude R:
    - monitorar dispersão do processo
      estabilidade do processo

Critérios para Monitoramento

- "Se o processo estiver em controle, evite ajustes desnecessários, que só tendem a aumentar a variabilidade" (Shewhart);
- Processo sob controle:
  - √ Deseja-se que raramente caia um ponto na região de ação do gráfico
    - depende da abertura do gráfico
  - √ Busca-se não intervir equivocadamente em um processo sob controle
    - Em geral, intervenções desnecessárias geram custos

Gráfico de $\bar{X}$

- Limites de Controle:

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{X}} &= \mu_{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{X}} \\ LM_{\bar{X}} &= \mu_{\bar{X}} \\ LIC_{\bar{X}} &= \mu_{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{X}} \end{aligned}$$

- Parâmetros da Média Amostral:

$$\begin{aligned} E(\bar{X}) &= \mu_{\bar{X}} = \mu_0 \\ \sigma_{\bar{X}} &= \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \end{aligned}$$

√ μ_0: média do processo sob controle

√ σ_0: desvio-padrão do processo sob controle

- μ_0 e σ_0 não conhecidos com precisão absoluta
- Limites de controle estimados:

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{X}} &= \hat{\mu}_0 + 3\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}} \\ LM_{\bar{X}} &= \hat{\mu}_0 \\ LIC_{\bar{X}} &= \hat{\mu}_0 - 3\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}} \end{aligned}$$

Escolha da Abertura do Gráfico

- Processo sob controle (estável e ajustado)

  √ Intervalo $\pm 3\sigma_0/\sqrt{n}$ engloba 99,73% dos valores de $\bar{X}$

- Caso algum valor de X caia fora desse intervalo

  √ É mais verossímel que a alteração da média do processo (μ) seja devido a alguma causa especial

Desempenho dos Gráficos de Controle

- Capacidade de detectar perturbações no processo
- É importante para planejamento do gráfico:
  - √ Determinação do plano de amostragem
    - tamanho amostra; intervalo entre amostras
  - √ Estabelecimento dos Limites de Controle
    - abertura do gráfico

Processo sob Controle – Simulação

- Simular 10.000 subgrupos de tamanho 3
  - √ Distribuição normal padrão
  - √ Limites de controle: $\pm 3\frac{1}{\sqrt{3}}$
  - √ Quantidade de alarmes?
  - √ Média de amostras entre alarmes?
  - √ O tamanho dos subgrupos influenciam a taxa de alarmes?

Desempenho dos Gráficos de $\bar{X}$

Teste de Hipóteses do Gráfico de $\bar{X}$

- H_0: $\mu = \mu_0$ *vs.* H_1: $\mu \neq \mu_0$
- H_0:
  - √ Processo em controle
  - √ Processo ajustado
  - √ Processo centrado no valor-alvo
  - √ Processo livre de causas especiais
- Não se rejeita H_0 toda vez em que $\bar{X}$ cai fora da zona de ação do gráfico (dentro dos limites de controle)

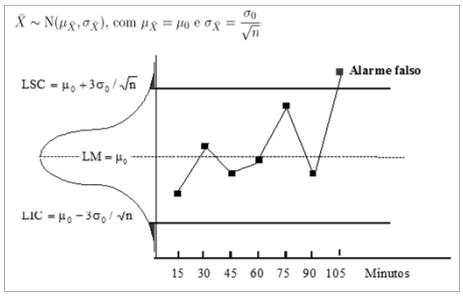
Teste de Hipóteses

	Decisão			
	Não Rejeitar H_0		Rejeitar H_0	
V	Decisão Correta	$1 - \alpha$	Erro Tipo I	α
F	Erro Tipo II	β	Decisão Correta	$1 - \beta$

Erros de Decisão

- Alarme Falso (Erro tipo I)
  - √ considerar erroneamente o processo fora de controle
  - √ Consequência: intervir na hora errada
- Não detecção (Erro tipo II)
  - √ considerar erroneamente o processo em controle
  - √ Consequência: não intervir na hora certa

- Gráfico de $\bar{X}$ – Ocorrência de Alarme Falso



Alarme Falso

- Para muitas distribuições, $\bar{X}$ tenderá para uma Normal mesmo para *n* pequeno
- Processo em controle com desempenho 3σ

$$\begin{aligned} \alpha &= \mathrm{P}\left\{\frac{LSC_{\bar{X}} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}}\right\} + \mathrm{P}\left\{Z < \frac{LIC_{\bar{X}} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}}\right\} \\ &= \mathrm{P}\{|Z| > 3\} \\ &= 0,0027 \end{aligned}$$

Número Médio de Amostras

L: Quantidade de amostras antes de alarme falso

√ *L* ~ geométrica (α)

$$\mathrm{P}\{L = x\} = \alpha(1-\alpha)^{x-1}, \quad x = 1, 2, \ldots$$

√ Número médio de amostras antes de alarme falso

CMS_0: Comprimento médio da sequência com o processo sob controle

$$\mathrm{CMS}_0 = \mathrm{E}(L) = \frac{1}{\alpha}$$

√ Para limites 3σ, CMS_0 = 370,4

- Diminuição da frequência de alarmes falsos
  - √ adotar $k > 3$
- Simular 10.000 subgrupos de tamanho 3
  - √ Distribuição normal padrão
  - √ Limites de controle: $\pm 3\frac{1}{\sqrt{3}}$
  - √ Quantidade de alarmes?

- Exemplo: Para $k = 3{,}10$
  - √ Risco de alarme falso:

$$\alpha = \mathrm{P}\left\{|Z| < k\right\} = \mathrm{P}\left\{|Z| < 3,10\right\} = 0,0019$$

  - √ Número médio até alarme falso (tempo discreto) :

$$\mathrm{CMS}_0 = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{0,0019} = 516,7$$

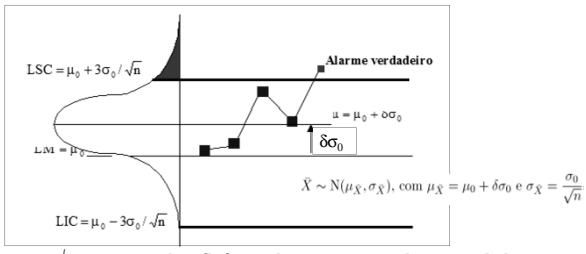
  - √ TMA: tempo médio entre alarmes (tempo contínuo)

TMA = 516,7 x h

Processo fora de Controle – Simulação

- Simular 10.000 subgrupos de tamanho 3
  - √ Distribuição normal ($\mu_1 = 1$, $_s = 1$)
  - √ Limites de controle: $\pm 3\frac{1}{\sqrt{3}}$
  - √ Quantidade de alarmes?
  - √ Média de amostras entre alarmes?
  - √ O tamanho dos subgrupos influenciam a taxa de alarmes?

Gráfico de $\bar{X}$ – Alarme Verdadeiro

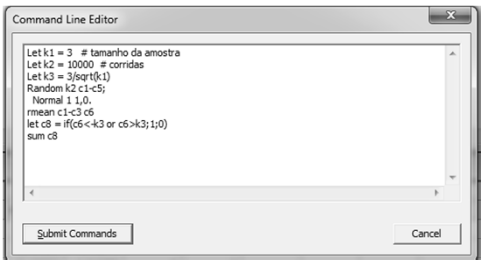


√ Processo sob influência de causa especial (H_1 Verdadeira)
o ideal seria o 1º ponto cair na zona de ação do gráfico

Processo fora de Controle – Simulação

- Simular 10.000 subgrupos de tamanho 3
  - √ Distribuição normal, $\mu_1 = 1$ e $\sigma = 1$
  - √ Limites de controle: $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ (processo sob controle)
  - √ Quantidade de alarmes?
  - √ Qual a rapidez em detectar desvio média μ_1?

- Comandos para n = 3



- Simular para n=4 e n=5

- No caso em que $k = 3$, $\delta = 1$ e $n = 4$

$$\begin{aligned} P_d &= \mathrm{P}\left\{Z < -k + \delta\sqrt{n}\right\} + \mathrm{P}\left\{Z < -k - \delta\sqrt{n}\right\} \\ &= \mathrm{P}\left\{Z < -3 + 1\sqrt{4}\right\} + \mathrm{P}\left\{Z < -3 - 1\sqrt{4}\right\} \\ &= 0,1587 + 0,0000 = 0,1587 \end{aligned}$$

Alarme Verdadeiro

M: Qte. de amostras antes de um alarme verdadeiro

√ M ~ geométrica (P_d)

$$\mathrm{P}\{M = x\} = P_d(1 - P_d)^{x-1}, \quad x = 1, 2, \ldots$$

√ Número médio de amostras para detectar desajuste

- CMS_1: comprimento médio de sequência com o processo fora de controle

$$\mathrm{CMS}_1 = \mathrm{E}(M) = \frac{1}{P_d}$$

- Necessárias, em média, 6,3 amostras de tamanho 4 para detectar deslocamento de 1 desvio-padrão da média
- Necessárias em média 2 amostras de tamanho 9 para perceber o mesmo deslocamento ($P_d = 0,5$)

Medidas de Desempenho

- Supondo-se que as causas especiais não alterem σ

√ α = P{Erro tipo I}

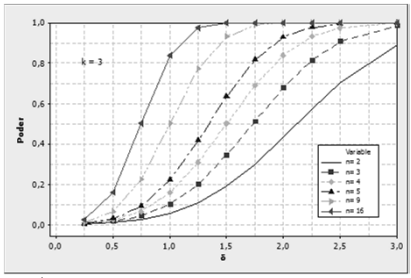
$$\alpha = \mathrm{P}\left(\{\bar{X} > LSC_{\bar{X}}\} \cup \{\bar{X} < LIC_{\bar{X}}\} | \mu = \mu_0\right)$$

√ β = P{Erro tipo II}

$$\beta = \mathrm{P}\left\{LIC_{\bar{X}} \leq \bar{X} \leq LSC_{\bar{X}} | \mu \neq \mu_0\right\}$$

√ Poder do Gráfico de Controle: $P_d = 1 - \beta$

- Curvas de poder *vs.* deslocamento



Deslocamento de 1 desvio-padrão

Amostra	Poder
2	0,06
4	0,159
9	0,50

√ *n* não afeta a probabilidade de alarme falso

√ Tamanho amostral tem grande influência no poder do gráfico de controle (erro tipo II)

Rapidez de Sinalização

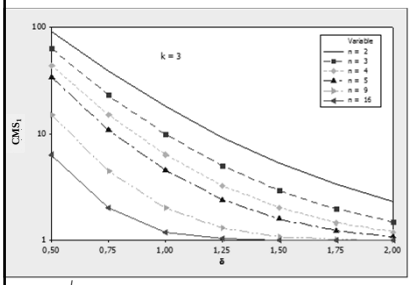
NMA: número médio de amostras até o sinal

$$\mathrm{CMS}_i = \frac{1}{p_i}$$

√ Se H_0: $\mu = \mu_0$ for verdadeira, $p_0 = \alpha$ e $\mathrm{CMS}_0 = 1/\alpha$

√ Se H_0: $\mu = \mu_0$ for falsa, $p_1 = P_d$ e $\mathrm{CMS}_1 = 1/P_d$

- Curvas de CMS_1 *vs.* deslocamento



Deslocamento de 1 desvio-padrão

Tamanho	Qte.
3	10
9	2

√ Deslocamento na média de 1 desvio-padrão

– Em média, para detecção: 10 amostras de tamanho 3 ou 2 amostras de tamanho 9

Gráfico de R

Amplitude Amostral

$$R = X_{\text{máx}} - X_{\text{mín}}$$

- Distribuição amostral da amplitude
  - √ Hipótese:
    - população normal com média μ e desvio-padrão σ
  - √ $E(R) = \mu_R = d_2\sigma$
  - √ $DP(R) = \sigma_R = d_3\sigma$

Amplitude Relativa

$$W = \frac{R}{\sigma}$$

- Distribuição amostral da amplitude
  - √ Hipótese:
    - população normal com média μ e desvio-padrão σ
  - √ $E(W) = \mu_W = d_2$
  - √ $Var(W) = \sigma_W^2 = d_3^2$
  - √ Parâmetros dependem apenas do tamanho amostral
  - √ Distribuição acumulada de W:
    - Tabela B

Valores de d_2 e d_3

n	d_2	d_3
2	1,128	0,853
3	1,693	0,888
4	2,059	0,880
5	2,326	0,864
6	2,534	0,848
7	2,704	0,833
8	2,847	0,820
9	2,970	0,808
10	3,078	0,797
11	3,173	0,787
12	3,258	0,778
13	3,336	0,770
14	3,407	0,763
15	3,472	0,756

Gráfico de *R*

- Limites de Controle (exatos):

$$\begin{aligned} LSC_R &= d_2\sigma_0 + 3d_3\sigma_0 = (d_2 + 3d_3)\sigma_0 \\ LM_R &= d_2\sigma_0 \\ LIC_R &= d_2\sigma_0 - 3d_3\sigma_0 = (d_2 - 3d_3)\sigma_0 \end{aligned}$$

- Se LICR < 0
  - √ Adota-se LICR = 0
- Quando R for maior que LSCR
  - √ Alarme de aumento do desvio-padrão do processo

Gráfico de R

- Limites de controle:

$$\begin{aligned} LSC_R &= d_2\hat{\sigma}_0 + 3d_3\hat{\sigma}_0 = (d_2 + 3d_3)\hat{\sigma}_0 \\ LM_R &= d_2\hat{\sigma}_0 \\ LIC_R &= d_2\hat{\sigma}_0 - 3d_3\hat{\sigma}_0 = (d_2 - 3d_3)\hat{\sigma}_0 \end{aligned}$$

- Estimativa do desvio-padrão do processo:

$$\hat{\sigma}_0 = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

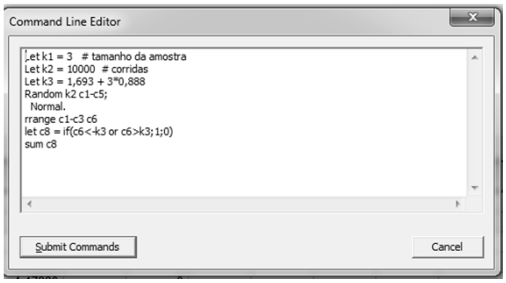
Desempenho do Gráfico de R

Processo sob Controle – Simulação

- Simular 10.000 subgrupos de tamanho 3
  - √ Distribuição normal padrão
  - √ Limite de controle:

    $[d_2(3) + 3d_3(3)](1) = 1,693 + 3(0,888)$
  - √ Quantidade de alarmes?
  - √ Média de amostras entre alarmes?
  - √ O tamanho dos subgrupos influenciam a taxa de alarmes?

- Comandos para simulação



- Risco α para n_0 = 2, 3, 4 e 5

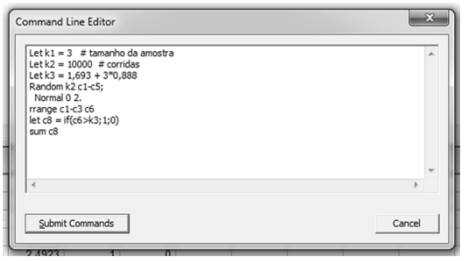
n	d_2	d_3	LIC_R	LSC_R	α	CMS_0
2	1,128	0,853	0	3,69	0,0090	111
3	1,693	0,888	0	4,36	0,0060	167
4	2,059	0,880	0	4,70	0,0050	200
5	2,326	0,864	0	4,92	0,0047	213
6	2,534	0,848	0	5,08	0,0045	222
7	2,704	0,833	0,21	5,20	0,0044	227
10	2,847	0,820	0,69	5,47	0,0041	244

$$\mathrm{LIC_R} = \max\{0, d_2 - 3d_3\} \qquad \mathrm{LSC_R} = d_2 + 3d_3\} \qquad \mathrm{CMS_0} = \frac{1}{\alpha}$$

Processo fora de Controle – Simulação

- Simular 10.000 subgrupos de tamanho 5
  - √ Distribuição normal, $\sigma_1 = 2$
  - √ Limite de controle: (processo sob controle)
    - $[d_2(3) + 3d_3(3)](1) = 1,693 + 3(0,888)$
  - √ Quantidade de alarmes?
  - √ Qual rapidez em detectar mudança desvio padrão σ_1?

- Comandos para n = 3

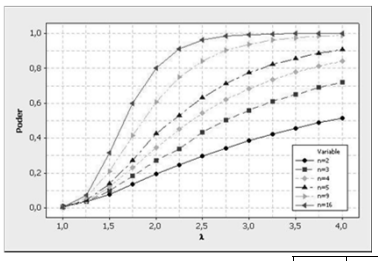


- Simular para n=4 e n=5

- Para $\sigma_1 = \lambda\ \sigma_0$

  λ: fator de aumento

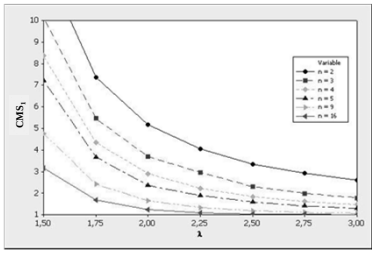
$$P_d = \mathrm{P}\left\{W > \frac{d_2 + 3d_3}{\lambda} | n = n_0\right\}$$



Poder para detectar aumento de 100% ($\lambda = 2$) em σ

n	P_d
2	0,20
5	0,41
16	0,80

- Número médio de amostras até detecção: $\mathrm{CMS}_1 = \frac{1}{P_d}$



CMS_1 para detectar aumento de 100% ($\lambda = 2$) em σ

n	CMS_1
2	5
4	3

Uso dos Gráficos de Controle

- Fases no uso de um gráfico de controle:
  - √ Fase 1: Uso dos gráficos para estabelecimento do controle
    - testar se o processo estava ou não sob controle quando os m subgrupos preliminares forem extraídos e as estatísticas amostrais calculadas
    - obtenção de conjunto de observações sob controle, de maneira a estabelecer os limites de controle da fase 2
  - √ Fase 2: Monitoramento da produção futura

Controle – Fase I

Limites Tentativos (1)

- Limites de controle obtidos quando são usadas amostras preliminares
  - √ Permitem determinar se o processo estava sob controle durante seleção de *m* amostras iniciais
- Para testar hipótese de controle do processo no passado:
  - √ Plotar valores de $\overline{X}$ e R

Limites Tentativos (2)

- √ Se todos os pontos caem dentro limites de controle e não se observa comportamento sistemático;
  - Processo está sob controle e limites de controle tentativos são apropriados
- √ Se um ou mais pontos caem na zona de ação do gráfico
  - Procuram-se causas especiais relacionadas com cada ponto na zona de ação dos gráficos
  - Identificada a causa especial, o ponto é descartado e os limites são recalculados
  - Prossegue-se com o procedimento até que todos os pontos caiam dentro dos limites de controle

Limites Tentativos (3)

√ Se causa especial não é identificada
- Descarta-se o ponto se houver indícios de que o ponto veio de distribuição característica de processo fora de controle
- Retém-se os pontos, considerando-se apropriados os limites tentativos

  (Se os pontos representam situação fora de controle, os limites resultantes serão folgados)

√ Em geral, um ou dois pontos fora de controle não distorcem significativamente os limites de controle

√ Se amostram futuras futuras ainda indicarem o controle do processo, então os pontos inexplicáveis podem ser seguramente descartados

Limites Tentativos (4)

√ Caso ocorram vários pontos na zona de ação dos gráficos
- Descarte de todos os pontos pode prejudicar o estabelecimento dos limites de controle

  (Abordagem ignorará informação relevante contida nos dados)
- É improvável o sucesso na procura da causa atribuível para cada um dos pontos fora de controle
- Em geral é melhor se concentrar no *padrão* formado por esses pontos

  (Causa atribuível associada ao padrão dos pontos foras de controle é identificada mais facilmente)

Estimativas Iniciais do Processo

- Estimadores dos parâmetros do processo

  (conjunto inicial de *m* amostras)

  √ Média do processo $\hat{\mu}_0 = \bar{X}$ — Sensível a desajustes devido causas especiais

  √ Estimador desvio-padrão do processo

  $$\hat{\sigma}_0 = S_D = \frac{\bar{R}}{d_2}$$ — Insensível a desajustes devido causas especiais
- Gráfico de R

  √ Pode ser construído com o processo desajustado

  √ Em geral, a construção dos gráficos de controle é iniciada pelo Gráfico de R

- Exemplo
  - √ Característica de qualidade: Volume de Sacos de leite:
  - √ Conjunto de dados para estimação inicial:
    - 25 subgrupos racionais de tamanho 5 (m = 25 e n = 5)
    - Banco de dados: *BD_CQI.xls*/guia: *leite*
  - √ Tabela 3.2 (Branco Costa et. al)

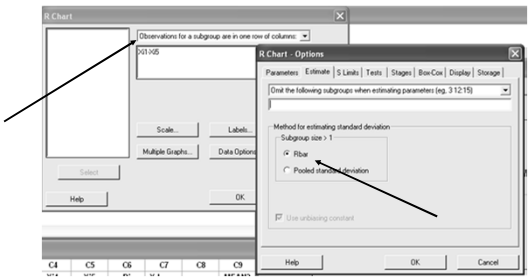
Xi1	Xi2	Xi3	Xi4	Xi5	R
1004,6	997,3	1003,0	1005,9	995,8	10,1
1001,6	1008,6	997,9	1001,3	999,1	10,7
999,1	992,6	1001,1	1001,6	1002,9	10,3
1007,9	997,5	991,3	997,8	1000,8	16,6
999,5	995,6	1004,3	995,6	991,4	12,9

  - √ Estimação variabilidade do processo sob controle:

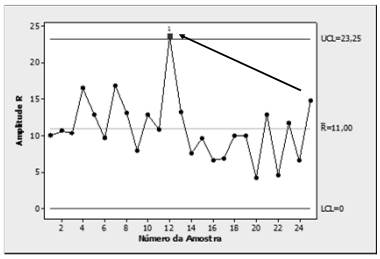
$$\hat{\sigma}_0 = S_D = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{10,996}{2,326} = 4,729$$

- Construção Gráfico de R das 25 observações

Stat > Control Charts > Variable Charts for Subgroups > R



- Gráfico de R:



- Estimativas

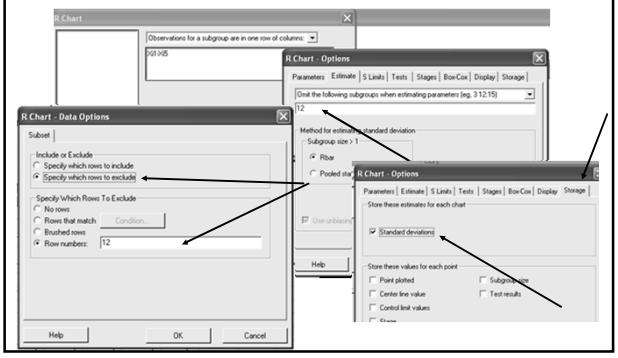
$$\begin{aligned} LSC_R &= (d_2 + 3d_3)\hat{\sigma}_0 = (2,326 + 3 \times 0,864)4,727 = 23,25 \\ LM_R &= d_2\hat{\sigma}_0 = 11,00 \\ LIC_R &= (d_2 - 3d_3)\hat{\sigma}_0 = (2,326 - 3 \times 0,864)4,500 = -1,26 \\ LIC_R &= 0 \end{aligned}$$

1ª Estimativa – Conclusões

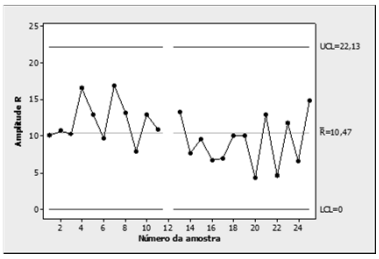
- 1ª Estimativa da variabilidade do processo
  $\hat{\sigma}_0 = 4{,}727$
- Amplitude da 12ª amostra é grande
  - √ Necessária investigação para encontrar justificativa para aumento da variabilidade do processo
- Se for possível diagnosticar causa especial que afetou variabilidade
  - √ Elimina-se amostra e estima-se novamente σ_o.
    (Se causa especial influenciou apenas essa amostra)

- Volume de sacos de Leite – Eliminação R_{12}
  - √ $m = 24$ e $n = 5$

Stat > Control Charts > Variable Charts for Subgroups > R



- Gráfico de R:



- Estimativas

$$\hat{\sigma}_0 = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{10,467}{2,326} = 4,500$$

$$\begin{aligned} LSC_R &= (d_2 + 3d_3)\hat{\sigma}_0 = (2,326 + 3 \times 0,864)4,500 = 22,13 \\ LM_R &= d_2\hat{\sigma}_0 = 10,467 \\ LIC_R &= (d_2 - 3d_3)\hat{\sigma}_0 = (2,326 - 3 \times 0,864)4,500 = -1,20 \\ LIC_R &= 0 \end{aligned}$$

2ª Estimativa – Conclusões

- 1ª Estimativa da variabilidade do processo
  $\hat{\sigma}_0 = 4{,}500$
- A amplitude dos 24 subgrupos distribuem-se de forma aleatória em torno da média
  - √ $\bar{R}/d_2$ é estimativa confiável do desvio-padrão do processo
  - √ Processo aparenta estar sob controle durante Fase 1

Construção do Gráfico de $\bar{X}$

- É afetado por causas especiais que afetam:
  - √ média do processo, ou
  - √ dispersão do processo
- Só pode ser construído com o processo ajustado e estável
  - √ isento de todo tipo de causas especiais
  - √ Nesse caso, preocupação será apenas com estimativa da média do processo

Gráfico de $\bar{X}$

- Limites de Controle:

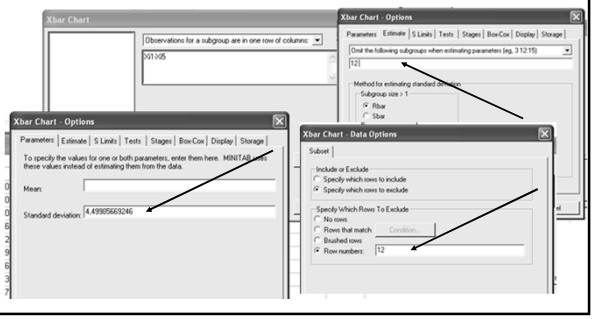
$$\begin{aligned} LSC_{\bar{X}} &= \hat{\mu}_0 + 3\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}} \\ LM_{\bar{X}} &= \hat{\mu}_0 \\ LIC_{\bar{X}} &= \hat{\mu}_0 - 3\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}} \end{aligned}$$

- Estimativa dos Parâmetros do Processo:

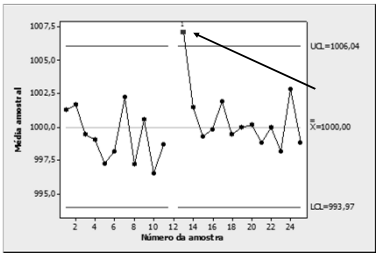
$$\begin{aligned} \hat{\mu}_0 &= \bar{\bar{X}} \\ \hat{\sigma}_0 &= \frac{\bar{R}}{d_2} \end{aligned}$$

- Volume de Sacos de Leite – Gráfico de $\overline{X}$
  - √ $m = 24$; $n = 5$
  - √ Estimativas Parâmetros: $\overline{\overline{X}} = 1000{,}0$; $\hat{\sigma}_0 = 4{,}500$

Stat > Control Charts > Variable Charts for Subgroups > X



- Gráfico de $\overline{X}$:



- Estimativas dos Limites de Controle

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}} = 1000,0 + 3\frac{4,500}{\sqrt{5}} = 106,04$$

$$LM_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = 1000,0$$

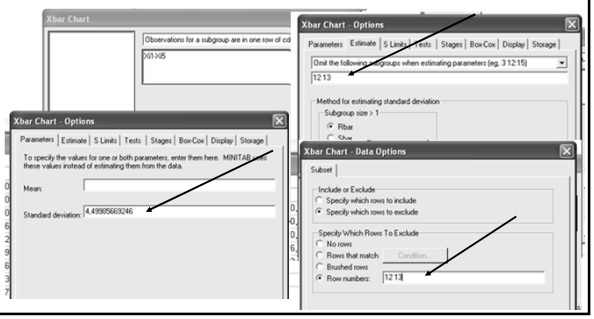
$$LIC_R = \bar{\bar{X}} - 3\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}} = 1000,0 - 3\frac{4,500}{\sqrt{5}} = 993,97$$

Comentários

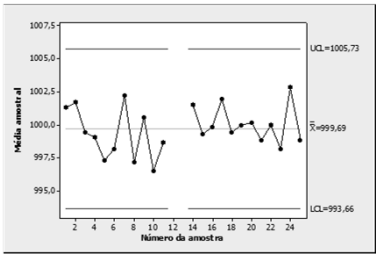
- O ponto $\overline{X}_{13} > LSC_{\overline{X}}$
- Comentários similares àqueles efetuados para R_{12}
  - √ Elimina-se $\overline{X}_{13}$

- Volume de Sacos de Leite – Gráfico de $\overline{X}$
  - √ $m = 23$; $n = 5$
  - √ Estimativas Parâmetros: $\overline{\overline{X}} = 999{,}7$; $\hat{\sigma}_0 = 4{,}500$

Stat > Control Charts > Variable Charts for Subgroups > X



- Gráfico de $\overline{X}$:



- Estimativas dos Limites de Controle

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}} = 1000,0 + 3\frac{4,500}{\sqrt{5}} = 1005,73$$

$$LM_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = 999,69$$

$$LIC_R = \bar{\bar{X}} - 3\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}} = 999,69 - 3\frac{4,500}{\sqrt{5}} = 993,66$$

- Comentários:
  - √ As médias dos 23 subgrupos distribuem-se aleatoriamente em torno da média e nenhuma excede os limites de controle
  - √ Considera-se o processo ajustado e estável

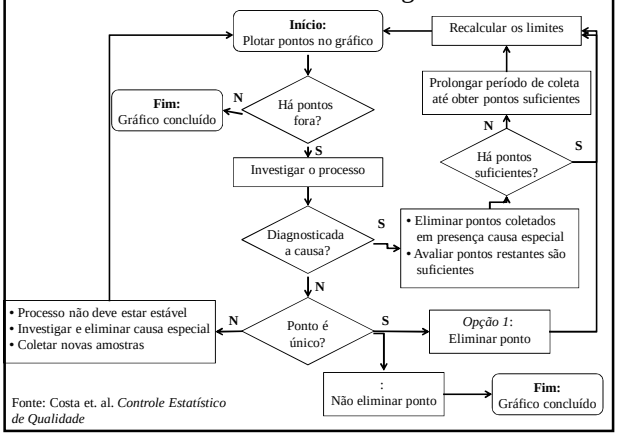
Estimativa dos Parâmetros – Recomendações

- Se identificada a causa especial e seu período de atuação, todas as amostras afetadas devem ser eliminadas
  - √ Mesmo que nem todas estejam na zona de ação
- Se houver poucas amostras restantes após descarte das afetadas
  - √ Prolongar o período de coleta das amostras destinadas à construção dos limites de controle

- Nem sempre é possível a causa especial que atuou no passado
  - √ É ainda mais difícil saber quais as amostras afetadas
- Importante:
  - √ Mesmo com o processo sob controle, há uma maior chance de um ou mais pontos caírem na zona de ação do gráfico, quando houver muitas amostras disponíveis
    (maior que 25 ou 30 subgrupos)

- Recomendação:
  - √ Se em uma sequência de 25 ou 30 pontos apenas um estiver fora dos limites de controle e não for possível diagnosticar nenhuma causa especial, o melhor é mantê-lo, construindo o gráfico de controle com base em todas as amostras

- Estabelecimento dos limites dos gráficos:

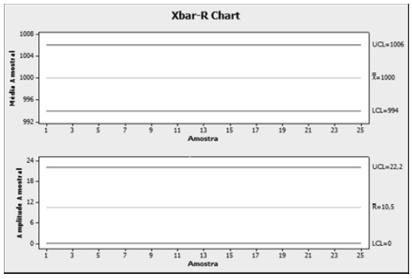


Fonte: Costa et. al. *Controle Estatístico de Qualidade*

Fase 2 – Monitoramento do Processo

- Estimação dos parâmetros (fase 1)
  - √ só deve ser encerrada quando o processo encontrar-se estável e ajustado
- Monitoramento do processo (fase 2)
  - √ Os limites de controle não devem mais ser alterados, a não ser que o processo produtivo sofra alterações permanentes
  - √ Decisão para detecção e eliminação de causa especial
    - – Basta um valor de $\overline{X}$ ou de R estar na zona de ação para que decida-se pela intervenção no processo

- Volume de Sacos de Leites
  - √ Gráfico $\overline{X}$ e R para monitoramento do processo



Limites de Controle – Notação Alternativa

- Limites de Controle do Gráfico $\overline{X}$:

$$
\begin{aligned}
LSC_{\bar{X}} &= \hat{\mu}_0 + 3\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} + 3\frac{\frac{\bar{R}}{d_2}}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} + \frac{3}{d_2\sqrt{n}}\bar{R} = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} \\
LM_{\bar{X}} &= \hat{\mu}_0 = \bar{\bar{X}} \\
LIC_{\bar{X}} &= \hat{\mu}_0 - 3\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} - 3\frac{\frac{\bar{R}}{d_2}}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} - \frac{3}{d_2\sqrt{n}}\bar{R} = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}
\end{aligned}
\qquad A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}
$$

- Limites de Controle do Gráfico R

$$
\begin{aligned}
LSC_R &= \bar{R} + 3\hat{\sigma}_R = \bar{R} + 3d_3\frac{\bar{R}}{d_2} = D_4\bar{R} \\
LM_R &= \bar{R} \\
LIC_R &= \bar{R} - 3\hat{\sigma}_R = \bar{R} - 3d_3\frac{\bar{R}}{d_2} = D_3\bar{R}
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
D_3 &= 1 - 3\frac{d_3}{d_2} \\
D_4 &= 1 + 3\frac{d_3}{d_2}
\end{aligned}
$$

Fonte: D. Montgomery. *Introdução ao Controle Estatístico de Qualidade*

- Apêndice VI: Fatores para Construção de Gráficos de Controle para Variáveis
  - √ Montgomery, pág. 489

Observações na Amostra, n	Gráfico para Médias: Fatores para Limites de Controle A	A_1	A_2	Gráficos para Desvios Padrão: Fatores para Linha Central c_4	$1/c_4$	Fatores para Limites de Controle B_1	B_2	B_3	B_4	Gráficos para Amplitudes: Fatores para Linha Central d_2	$1/d_2$	d_3	Fatores para Limites de Controle D_1	D_2	D_3	D_4
2	2,121	1,880	2,659	0,7979	1,2533	0	3,267	0	2,606	1,128	0,8865	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	0,8862	1,1284	0	2,568	0	2,276	1,693	0,5907	0,888	0	4,358	0	2,575
4	1,500	0,729	1,628	0,9213	1,0854	0	2,266	0	2,088	2,059	0,4857	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	0,9400	1,0638	0	2,089	0	1,964	2,326	0,4299	0,864	0	4,918	0	2,115
6	1,225	0,483	1,287	0,9515	1,0510	0,030	1,970	0,029	1,874	2,534	0,3946	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	0,9594	1,0423	0,118	1,882	0,113	1,806	2,704	0,3698	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	0,9650	1,0363	0,185	1,815	0,179	1,751	2,847	0,3512	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	0,9693	1,0317	0,239	1,761	0,232	1,707	2,970	0,3367	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	0,9727	1,0281	0,284	1,716	0,276	1,669	3,078	0,3249	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	0,9754	1,0252	0,321	1,679	0,313	1,637	3,173	0,3152	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	0,9776	1,0229	0,354	1,646	0,346	1,610	3,258	0,3069	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717
13	0,832	0,249	0,850	0,9794	1,0210	0,382	1,618	0,374	1,585	3,336	0,2998	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,235	0,817	0,9810	1,0194	0,406	1,594	0,399	1,563	3,407	0,2935	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,223	0,789	0,9823	1,0180	0,428	1,572	0,421	1,544	3,472	0,2880	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,212	0,763	0,9835	1,0168	0,448	1,552	0,440	1,526	3,532	0,2831	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,203	0,739	0,9845	1,0157	0,466	1,534	0,458	1,511	3,588	0,2787	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,194	0,718	0,9854	1,0148	0,482	1,518	0,475	1,496	3,640	0,2747	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,187	0,698	0,9862	1,0140	0,497	1,503	0,490	1,483	3,689	0,2711	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,180	0,680	0,9869	1,0133	0,510	1,490	0,504	1,470	3,735	0,2677	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,173	0,663	0,9876	1,0126	0,523	1,477	0,516	1,459	3,778	0,2647	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	0,9882	1,0119	0,534	1,466	0,528	1,448	3,819	0,2618	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	0,9887	1,0114	0,545	1,455	0,539	1,438	3,858	0,2592	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	0,9892	1,0109	0,555	1,445	0,549	1,429	3,895	0,2567	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,153	0,606	0,9896	1,0105	0,565	1,435	0,559	1,420	3,931	0,2544	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

Para $n > 25$.

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \qquad A_1 = \frac{3}{c_4\sqrt{n}} \qquad c_4 = \frac{4(n-1)}{4n-3}$$

$$B_1 = 1 - \frac{3}{c_4\sqrt{2(n-1)}} \qquad B_2 = 1 + \frac{3}{c_4\sqrt{2(n-1)}}$$

$$B_3 = c_4 - \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}} \qquad B_4 = c_4 + \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}$$

Alternativa para Monitoramento da Dispersão

Monitoramento da Variabilidade

- O gráfico de R tem sido mais utilizado por sua simplicidade
  - √ Para amostras grandes, o gráfico de S^2 ou de S são mais eficientes
  - √ Para amostras pequenas, o gráfico de R é tão eficiente quanto eles
  - √ A diferença começa a ser sensível para amostras maiores que 10 unidades

Gráfico do Desvio-Padrão S

- Pontos Amostrais:

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n}(X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{n-1}}$$

  - √ Distribuição amostral não é tabelada. Pela tabela χ^2:

$$\mathrm{P}\{S > x\} = \mathrm{P}\left\{S^2 > x^2\right\}, \text{ com } \frac{n-1}{\sigma_0^2}S^2 \sim \chi^2_{n-1}$$

  - √ Parâmetros da Estatística:

$$\begin{aligned} \mu_S &= c_4\sigma \\ \sigma_S^2 &= (1-c_4^2)\sigma^2 \end{aligned}$$

- Limites 3σ do Gráfico de S:

$$\begin{aligned} LSC_S &= c_4\hat{\sigma}_0 + 3\hat{\sigma}_0\sqrt{1-c_4^2} \\ LM_S &= c_4\hat{\sigma}_0 \\ LIC_S &= c_4\hat{\sigma}_0 - 3\hat{\sigma}_0\sqrt{1-c_4^2} \end{aligned}$$

  - √ $\hat{\sigma}_0$: valor estimado do desvio-padrão do processo isento de causas especiais

Gráfico do Desvio-Padrão S

- Limites de Controle do Gráfico de S:

$$\begin{aligned} LSC_S &= c_4\hat{\sigma}_0 + 3\hat{\sigma}_0\sqrt{1-c_4^2} = B_6\hat{\sigma}_0 \\ LM_S &= c_4\hat{\sigma}_0 \\ LIC_S &= c_4\hat{\sigma}_0 - 3\hat{\sigma}_0\sqrt{1-c_4^2} = B_5\hat{\sigma}_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_5 &= c_4 - 3\sqrt{1-c_4^2} \\ B_6 &= c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2} \end{aligned}$$

- Se S_C é o estimador de σ

$$S_C = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{m} S_i}{m}}{c_4} = \frac{\bar{S}}{c_4}$$

$$\begin{aligned} LSC_S &= \bar{S} + 3\frac{\bar{S}}{c_4}\sqrt{1-c_4^2} = B_4\bar{S} \\ LM_S &= \bar{S} \\ LIC_S &= \bar{S} - 3\frac{\bar{S}}{c_4}\sqrt{1-c_4^2} = B_3\bar{S} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_3 &= 1 - \frac{3}{c_4}\sqrt{1-c_4^2} \\ B_6 &= 1 + \frac{3}{c_4}\sqrt{1-c_4^2} \end{aligned}$$

Fonte: D. Montgomery. *Introdução ao Controle Estatístico de Qualidade*

Gráfico de S

- Limites de controle para risco a pré-determinado

$$\mathrm{P}\{S > \mathrm{LSC}_S\} = \gamma$$

$$\mathrm{P}\left\{\frac{\mathrm{n-1}}{\sigma_0^2}S^2 > \frac{\mathrm{n-1}}{\sigma_0^2}\mathrm{LSC}_{\hat{S}}^2\right\} = \gamma$$

$$\frac{\mathrm{n-1}}{\sigma_0^2}\mathrm{LSC}_S^2 = \chi^2_{n-1;\,\gamma}$$

$$\mathrm{LSC}_S = \sigma_0\sqrt{\frac{\chi^2_{n-1;\,\gamma}}{n-1}}$$

√ γ = α/2 (limites bilaterais) ou γ = α (unilateral)

- Limites de controle – bilateral

$$\mathrm{LSC}_S = \hat{\sigma}_0\sqrt{\frac{\chi^2_{n-1;\alpha/2}}{n-1}}$$

$$\mathrm{LM}_S = \hat{\sigma}_0$$

$$\mathrm{LIC}_S = \hat{\sigma}_0\sqrt{\frac{\chi^2_{n-1;(1-\alpha/2)}}{n-1}}$$

- Limites de controle – unilateral

$$\mathrm{LSC}_S = \hat{\sigma}_0\sqrt{\frac{\chi^2_{n-1;\alpha}}{n-1}}$$

$$\mathrm{LM}_S = \hat{\sigma}_0$$

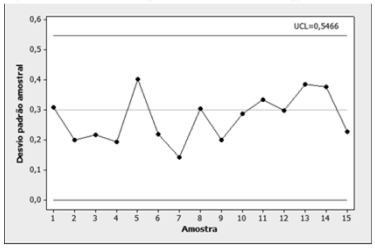
$$\mathrm{LIC}_S = 0$$

Exemplo – 4.4/7

- Fabricação de refrigerante:
  - √ Característica de qualidade de interesse:
    - quantidade de CO_2 na bebida
    - valor-alvo: σ_0 = 0,3 g CO2/l
    - Banco de dados: *BD_CQ.xls*/guia: *CO2*
  - √ Fase 1:
    - *m* = 15 e n = 5
    - Construção de gráfico de S unilateral (α = 0,01 e α = 0,05)
  - √ Fonte: Tabela 4.4/1, pág. 397, Mittag

- Limite superior de controle:
  - √ α = 0,01 (unilateral)

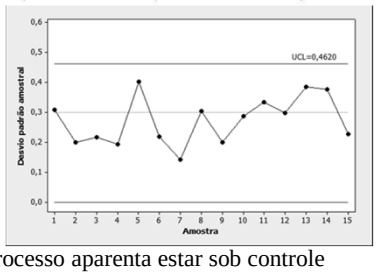
$$LSC_S = \hat{\sigma}_0^2\sqrt{\frac{\chi^2_{(n-1);\alpha}}{n-1}} = 0{,}3\sqrt{\frac{\chi^2_{(5-1);0{,}01}}{5-1}} = 0{,}3\sqrt{\frac{13{,}2767}{4}} = 0{,}5466$$



  - √ O processo aparenta estar sob controle

- Limite superior de controle:
  - √ α = 0,05 (unilateral)

$$LSC_S = \hat{\sigma}_0^2\sqrt{\frac{\chi^2_{(n-1);\alpha}}{n-1}} = 0{,}3\sqrt{\frac{\chi^2_{(5-1);0{,}05}}{5-1}} = 0{,}3\sqrt{\frac{9{,}4877}{4}} = 0{,}4620$$



  - √ O processo aparenta estar sob controle

Gráficos de R e de S

- Gráficos $\overline{X}$ – S são preferidos aos $\overline{X}$ – R quando:
  - √ Amostra moderadamente grande (n>10)
    - – uso de amplitude para estimar σ perde eficiência (n>10)
  - √ Tamanho da amostra é variável
- Disponibilidade atual de microcomputadores tem eliminado dificuldades computacionais na implementação dos gráficos de S

Amostra Variável

- Gráficos de $\overline{X}$ – S com tamanho de amostra variável:
  - √ Estimação dos parâmetros do processo:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{m} n_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^{m} n_i} \qquad \bar{S} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{m} (n_i - 1) S_i^2}{\sum_{i=1}^{m} n_i - m} \right]^{1/2}$$

  - √ Limites de controle são variáveis (calculados da maneira usual)

Exemplo 5.4 – Montgomery

- Diâmetros internos (mm) de anéis de pistão de motores de automóveis:
  - √ Subgrupos coletados para fase 1, *m* = 25
  - √ Amostras variáveis:
    - n = 3 a 5
  - √ Banco de dados: *BD_CQ.xls*/guia: *pistoes*

- Medida dos diâmetros internos (mm):

i	x_{i1}	x_{i2}	x_{i3}	x_{i4}	x_{i5}	X_bar_i	S_i	n	n X_bar_i	$(n-1)\ S_i^2$
1	74,030	74,002	74,019	73,992	74,008	74,010	0,0148	5	370,051	0,000873
2	73,995	73,992	74,001			73,996	0,0046	3	221,988	0,000042
3	73,988	74,024	74,021	74,005	74,002	74,008	0,0147	5	370,040	0,000870
4	74,002	73,996	73,993	74,015	74,009	74,003	0,0091	5	370,016	0,000330
5	73,992	74,007	74,015	73,989	74,014	74,003	0,0122	5	370,017	0,000597
6	74,009	73,994	73,997	73,985		73,996	0,0099	4	295,983	0,000295
7	73,995	74,006	73,994	74,000		73,999	0,0055	4	295,998	0,000091
8	73,985	74,003	73,993	74,015	73,988	73,997	0,0123	5	369,984	0,000601
9	74,008	73,995	74,009	74,005		74,004	0,0064	4	296,017	0,000123
10	73,998	74,000	73,990	74,007	73,995	73,998	0,0063	5	369,990	0,000158
11	73,994	73,998	73,994	73,995	73,990	73,994	0,0029	5	369,971	0,000033
12	74,004	74,000	74,007	74,000	73,996	74,001	0,0042	5	370,007	0,000071
13	73,983	74,002	73,998			73,994	0,0100	3	221,982	0,000201
14	74,006	73,967	73,994	74,000	73,984	73,990	0,0153	5	369,951	0,000937
15	74,012	74,014	73,998			74,008	0,0087	3	222,024	0,000152
16	74,000	73,984	74,005	73,998	73,996	73,997	0,0078	5	369,983	0,000243
17	73,994	74,012	73,986	74,005		73,999	0,0115	4	295,997	0,000399
18	74,006	74,010	74,018	74,003	74,000	74,007	0,0070	5	370,037	0,000195
19	73,984	74,002	74,003	74,005	73,997	73,998	0,0085	5	369,991	0,000287
20	74,000	74,010	74,013			74,008	0,0068	3	222,023	0,000093
21	73,982	74,001	74,015	74,005	73,996	74,000	0,0122	5	369,999	0,000591
22	74,004	73,999	73,990	74,006	74,009	74,002	0,0074	5	370,008	0,000221
23	74,010	73,989	73,990	74,009	74,014	74,002	0,0119	5	370,012	0,000569
24	74,015	74,008	73,993	74,000	74,010	74,005	0,0087	5	370,026	0,000303
25	73,982	73,984	73,995	74,017	74,013	73,998	0,0162	5	369,991	0,001047
						Total		113	8362,085	0,009320

- Média global:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{m} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{m} n_i} = \frac{8.362,085}{113} = 74,001$$

- Desvio padrão médio ponderado:

$$\bar{S} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{25} (n_i - 1) S_i^2}{\sum_{i=1}^{25} n_i - 25} \right]^{1/2} = \left[\frac{0,009320}{88} \right]^{1/2} = 0,01030$$

- Limites de controle para a amostra 1 ($n_1 = 5$):
  √ Gráfico de S:

$$LSC_S = \bar{S}\left(1 + 3\sqrt{\frac{1}{c_4^2} - 1}\right) = 0,01030\left(1 + 3\sqrt{\frac{1}{0,940^2} - 1}\right) = 0,02152$$

$$LM_S = \bar{S} = 0,01030$$

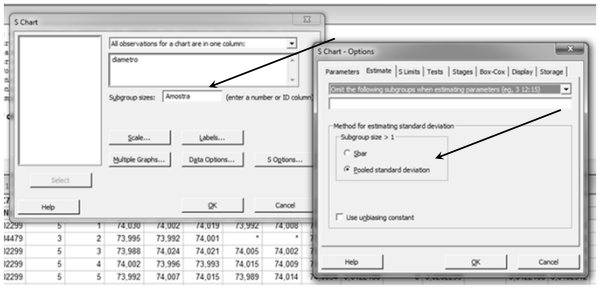
$$LIC_S = 0$$

- Cálculo dos Limites de Controle:

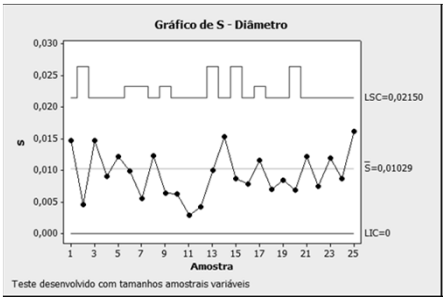
i	n	$\bar{X}_i$	Si	LSC_s
1	5	74,010	0,0148	0,0215
2	3	73,996	0,0046	0,0264
3	5	74,008	0,0147	0,0215
4	5	74,003	0,0091	0,0215
5	5	74,003	0,0122	0,0215
6	4	73,996	0,0099	0,0233
7	4	73,999	0,0055	0,0233
8	5	73,997	0,0123	0,0215
9	4	74,004	0,0064	0,0233
10	5	73,998	0,0063	0,0215
11	5	73,994	0,0029	0,0215
12	5	74,001	0,0042	0,0215
13	3	73,994	0,0100	0,0264
14	5	73,990	0,0153	0,0215
15	3	74,008	0,0087	0,0264
16	5	73,997	0,0078	0,0215
17	4	73,999	0,0115	0,0233
18	5	74,007	0,0070	0,0215
19	5	73,998	0,0085	0,0215
20	3	74,008	0,0068	0,0264
21	5	74,000	0,0122	0,0215
22	5	74,002	0,0074	0,0215
23	5	74,002	0,0119	0,0215
24	5	74,005	0,0087	0,0215
25	5	73,998	0,0162	0,0215

- Gráfico de S – amostra variável

Stat > Control Charts > Variable Charts for Subgroups > S ➔



- Gráfico de S – Minitab



√ Processo aparenta estar estável

Planejamento dos Gráficos de Controle

Planejamento de Gráfico de Controle

- Parâmetros de planejamento:
  - √ k: abertura dos limites de controle
  - √ n: tamanho da amostra
  - √ h: intervalo entre as amostras

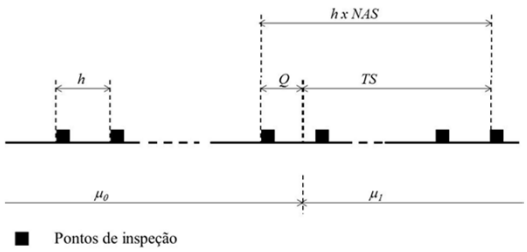
- Abordagens de planejamento
  - √ Planejamento estatístico:
    - minimização do número de alarmes falsos
    - maximização da capacidade de detectar mudanças
  - √ Planejamento econômico:
    - Minimização do custo esperado do sistema de controle
    - Custos:
      - amostragem
      - envio não conformes ao mercado
      - custos de ajuste
      - etc.

Escolha do Intervalo de Tempo entre Amostras

Intervalo de Tempo entre Amostras (*h*)

- É função de:
  - √ tempo de produção de cada item;
  - √ custo da inspeção;
  - √ tempo de inspeção;
  - √ estabilidade do processo;
  - √ custo de operar sob causa especial.

Tempo até o Sinal



- √ TS: Tempo até o sinal
- √ NAS: número de amostras até o sinal
- √ Q: tempo entre o desajuste a última inspeção (anterior)
- √ h: intervalo entre amostragens (fixo)

Determinação dos Parâmetros Ótimos

√ TA: tempo entre alteração e alarme (TA)
(medida de eficiência)
√ NAS: número de amostras até o sinal
√ Q: tempo entre a última amostragem e perturbação

$$\text{TA} = h\ \text{NAS} - Q$$

√ TMA_1: tempo esperado até alarme verdadeiro

$$TMA_1 = E(TA) = E(hNAS - Q)$$

– Depende de δ, n, h e k

√ Suposição:

– perturbação ocorre ao acaso em intervalo entre amostras
E(Q) = h/2

$$\text{TMA}_1 = h\,\text{CMS} - \frac{h}{2} = h\left(\frac{1}{P_d} - \frac{1}{2}\right)$$

Exemplo

√ Parâmetros do gráfico de $\overline{X}$:
k = 3 (α = 0,0027) e δ = 1,5

n	h (h)	P_d	CMS	TMA (h)	TMA (min)	n/h (am./h)
2	0,50	0,19	5,26	2,38	143	4
	0,25	0,19	5,26	1,19	72	8
4	0,50	0,50	2,00	0,75	45	8

√ P_d: Poder (valores na Tabela 3.7)
√ n/h: taxa horária de amostragem

$$\text{TMA}_1 = (0{,}5)(5{,}26) - \frac{0{,}5}{2} = 2{,}38 \text{ horas}$$

- Comentários:
  - √ É conveniente usar o TMA_1 como medida de rapidez
    - Fixados previamente CMS_0 e a taxa de amostragem (n/h);
  - √ Há uma infinidade de combinações de (*n*, *h*, *k*) com mesmo mesmo tempo médio até alarme falso (TMA_0)
    - $TMA_0 = h/\alpha$
  - √ Uma das combinações minimiza o tempo esperado até o sinal (TMA_1).

Exemplo

- Sejam n/h = 8, $TMA_0 = 500$ e $\delta = 1,5$
  - √ Qual a melhor combinação de (n, h) dentre:
    (2; 0, 25), (4; 0, 50), (8; 1, 00) e (16; 2, 00) ?

1. Para cada *h*, determina-se *k*:

$$\alpha = 2\,\Phi(-k) \qquad k = -\Phi^{-1}\left(\frac{h}{2\,\mathrm{TMA}_0}\right)$$

2. Determinação do poder:

$$P_d = P\left\{Z < -k + \delta\sqrt{n}\right\} + P\left\{Z < -k - \delta\sqrt{n}\right\}$$

3. Cálculo tempo médio até alarme:

$$\mathrm{TMA}_1 = h\left(\frac{1}{P_d} - \frac{1}{2}\right)$$

4. Busca-se uma combinação de (*n*, *h*, *k*) que minimize o tempo esperado até o sinal (TMA_1)
   - Fixam-se o tempo médio até alarme falso ($TMA_0 = h/\alpha$) e a taxa de amostragem (*n*/*h*),

- Determinação de parâmetros ótimos Gráfico $\overline{X}$:

Determinação dos Parâmetros do Gráfico de Controle X-Barra

Entrada			Saída		
n =	2		k =	3,481	
h =	0,25	horas	Poder =	0,087	
TMA_0 =	500	minutos	n/h =	8,000	
DELTA =	1,5		CMS_1	11,494	
			TMA_1 =	2,748	horas
			TMA_1 =	2,000	horas e 44,905 minutos

$$k = \Phi^{-1}\left\{\frac{0,25}{2 \times 500}\right\} = 3,481$$

$$P_d = P\left\{Z < -3,481 + 1,5\sqrt{2}\right\} + P\left\{Z < -3,481 - 1,5\sqrt{2}\right\} = 0,087$$

$$n/h = \frac{2}{0,25} = 8 \text{ amostras por hora}$$

$$CMS_1 = \frac{1}{0,087} = 11,494 \text{ amostras até sinal}$$

$$TMA_1 = \frac{0,25}{0,087} - \frac{0,25}{2} = 2,748 \text{ horas}$$

- Tempo esperado até o sinal
  - √ Para n/h = 8 amostras/hora e TMA_0 = 500

δ	n=2; h=0,25		n=4; h=0,50		n=8; h=1,00		n=16; h=2,00	
	k=3,48		k=3,29		k=3,09		k=2,88	
	h	min.	h	min.	h	min.	h	min.
0,50	89	38	45	11	20	50	**9**	**32**
0,75	32	6	13	23	5	31	**2**	**39**
1,00	12	46	4	50	2	1	**1**	**18**
1,25	5	39	2	5	**0**	**59**	1	2
1,50	2	45	1	3	**0**	**39**	1	0
2,00	0	51	**0**	**24**	0	30	1	0

Comentários

- Entrada: n/h = 8 amostras/hora e TMA_0 = 500
  - √ Para detectar pequenos deslocamentos ($\delta \leq 1$)
    - trabalhar com amostras grandes (n = 16) e intervalos de amostragem longos (h = 2 horas);
  - √ Para deslocamentos moderados ($1 < \delta \leq 1,5$)
    - trabalhar com n = 8 e intervalos h = 1 hora;
  - √ Para grandes deslocamentos ($\delta > 1, 5$)
    - Trabalhar com n = 4 e intervalos h = 30 min

Planejamento Estatístico – Resumo

- Para definição do tamanho da amostra (*n*) e frequência de amostragem (*h*)
  - √ Magnitude da mudança no processo a ser detectada
  - √ Rapidez desejada para detectar essa mudança
- Situação ideal (inviável):
  - √ grandes amostras tomadas mais frequentemente
    - *n* grande e *h* pequeno
- Prática adequada:
  - √ pequenas amostras em intervalos de tempo menores
    - – mais usada em indústrias
  - √ grandes amostras em intervalos de tempo maiores

Intervalo de Tempo entre Amostras

- É função de:
  - √ tempo de produção de cada item;
  - √ custo da inspeção;
  - √ tempo de inspeção;
  - √ estabilidade do processo;
  - √ custo de operar sob causa especial.

- Problemas:
  - √ obtenção de valores precisos para estes parâmetros;
  - √ estabilidade do processo está associada ao tempo médio isento de causas especiais;
  - √ operação sob causa especial implica aumento da PFE, dependendo da intensidade da perturbação.
  - √ Valores pequenos de h implicam custos elevados com amostragem e maior incidência de alarmes falsos.

Referências

Bibliografia Recomendada

- COSTA, A.F.B.; EPPRECHT, E.K. e CARPINETTI, L.C.R. *Controle Estatístico de Qualidade*. Atlas, 2004
- MONTGOMERY, D.C. *Introdução ao Controle Estatístico de Qualidade*, 4ª. edição. LTC, 2004
- MITTAG, H.-J. e RINNE, H. *Statistical Methods of Quality Assurance*. Chapmann & Hall, 1993.