

Roteiro da apresentação

- 1 Qualidade na empresa
- 2 Fundamentos de CEP
- 3 Gráfico por variáveis
- 4 Capacidade do processo
- 5 Gráficos por atributos
- 6 Inspeção de qualidade
- 7 Referências Bibliográficas

Controle de Qualidade

Lupércio França Bessegato

UFMG
Especialização em Estatística

Abril/2007

Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráfico por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Inspeção de qualidade
Referências Bibliográficas

Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráfico por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Inspeção de qualidade
Referências Bibliográficas

Gráfico por variáveis

Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráfico por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Inspeção de qualidade
Referências Bibliográficas

Fundamentos do Controle Estatístico do Processo



Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráfico por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Inspeção de qualidade
Referências Bibliográficas

Exemplo: Sacos de Leite

X: Volume de cada saco (ml)

- Valor-alvo: 100ml
- Resultados de Amostra com 100 sacos

- $\bar{x} = 999,8 \text{ ml}$
- $s = \sqrt{\sum_{i=1}^{100} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{99}}$



Capítulo 2: Fundamentos do Controle Estatístico de Processos

Tabela 2.1: Valores da Variável X

998,8	994,9	1001,0	1005,1	1004,8	1006,9	991,3	999,1	1004,4	995,7
997,2	993,2	992,6	996,1	996,9	991,5	997,7	998,4	1000,5	998,5
998,7	998,5	1005,4	999,7	999,3	997,9	1007,9	1003,5	1009,5	997,4
1006,6	993,6	1002,2	1003,6	1007,7	999,7	997,9	1002,7	998,5	1003,0
994,2	996,6	993,9	998,5	999,9	1000,1	998,7	1008,8	993,0	997,1
989,7	1005,8	994,9	997,4	1003,0	1001,9	1003,5	1002,4	994,5	995,5
1002,8	1001,3	996,2	999,0	1000,5	1002,2	1000,6	996,4	1007,5	1001,9
1000,3	1003,3	1003,4	997,5	996,3	1004,4	995,2	993,8	1002,8	1002,6
1008,8	1005,8	1005,2	1000,5	1000,0	1001,8	999,9	995,8	992,9	1003,3
1001,8	1002,5	1000,9	995,9	1005,0	998,8	996,6	996,7	998,3	998,2

Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Inspeção de qualidade

Referências Bibliográficas

Histograma dos valores de X

X aparenta ser normal.

Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráfico por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Inspeção de qualidade
Referências Bibliográficas

Variabilidade Natural

Resultados de pequenas perturbações (ou causas aleatórias)

- É inevitável, impossível de ser evitada
- Se o processo apresenta apenas variabilidade natural diz-se que está no **estado de controle estatístico, ou em controle.**



Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráfico por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Inspeção de qualidade
Referências Bibliográficas

Processo em Controle

Figura: Processo isento de causas especiais



Fundamentos de CEP

- Qualidade na empresa
- Fundamentos de CEP
- Gráfico por variáveis
- Capacidade do processo
- Gráficos por atributos
- Inspeção de qualidade
- Referências Bibliográficas

Causa Especial (1)

Figura: Causa especial altera a média do processo.

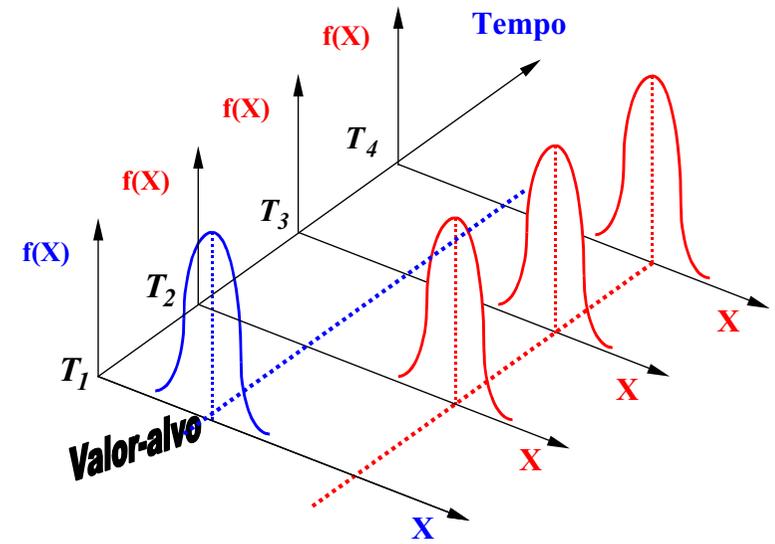


Figura 2.3: Causa Especial Altera a Média do Processo

Fundamentos de CEP

- Qualidade na empresa
- Fundamentos de CEP
- Gráfico por variáveis
- Capacidade do processo
- Gráficos por atributos
- Inspeção de qualidade
- Referências Bibliográficas

Causa Especial (2)

Figura: Causa especial altera a média e variabilidade do processo.

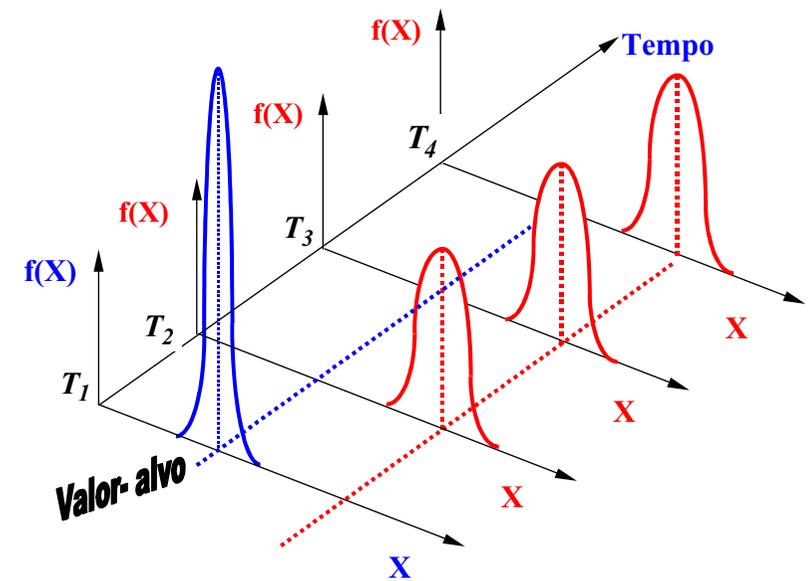


Figura 2.4: Causa Especial Altera a Média e Aumenta a Variabilidade do Processo

Fundamentos de CEP

- Qualidade na empresa
- Fundamentos de CEP
- Gráfico por variáveis
- Capacidade do processo
- Gráficos por atributos
- Inspeção de qualidade
- Referências Bibliográficas

Exemplo: Sacos de Leite após alteração de pressão de operação

- $\bar{x} = 1004,9 \text{ ml}$
- $s = 8,55$

Figura: Histograma dos valores de X.



Tabela 2.2: Valores da Variável X- processo sob a influência de causas especiais

1010,2	1002,3	1003,8	1000,2	1008,8	992,1	1008,9	999,4	1011,3	1014,0
1010,5	995,0	994,0	1011,2	1008,1	1008,3	1017,6	1005,3	1003,8	1019,6
995,0	1010,2	999,9	1009,5	1017,9	1012,9	1008,5	1003,1	1010,5	1009,5
994,1	991,2	1001,6	1002,1	1010,5	1009,0	992,3	1002,3	1012,7	1006,9
994,8	989,1	1002,5	1008,7	1014,6	1004,9	1002,2	1007,3	1002,4	1011,7
980,2	999,4	1002,0	1011,9	997,8	997,5	986,6	1014,4	1024,0	1006,9
992,0	1004,4	1005,3	1003,2	1016,5	1015,3	1003,3	992,6	1013,1	1016,1
997,2	994,5	1006,9	1012,8	1014,5	1021,7	1007,2	996,1	1008,8	1000,2
1004,5	998,7	1002,4	1012,9	1011,1	1007,8	994,2	1012,0	1017,8	1018,4
988,2	991,1	1004,3	1010,6	1009,9	1011,3	989,9	1002,9	997,5	1002,0

Fundamentos de CEP

Gráficos de Controle

Principal ferramenta para monitorar processos.

- **Gráficos de \bar{X} e R**
Monitoram processos cuja característica de qualidade de interesse X é uma grandeza contínua (mensurável)
- Efetua-se análise periódica de amostra
Amostra de n itens retirados a cada intervalo de tempo h ;
- Os gráficos possuem Limite Superior de Controle (LSC) e Limite Inferior de Controle (LIC);

Fundamentos de CEP

Regra de Decisão do Gráfico

Principal ferramenta para monitorar processos.

- Enquanto os pontos distribuírem-se aleatoriamente em torno da Linha Média (LM) não se deve intervir no processo (**processo em controle**);
“leave the process alone”
- Se um dos pontos cair na região de ação do gráfico, deve-se intervir no processo (ação corretiva)
Afastamento excessivo em relação à LM deve-se **provavelmente** a alguma causa especial, ou seja, é improvável se o processo estiver sujeito apenas às causas aleatórias;

Fundamentos de CEP

Gráfico de Controle - Leite

- $h = 30$ e $n = 5$
- X_{ij} : j-ésimo elemento da i-ésima amostra
 \bar{X}_i : média da i-ésima amostra
 R_i : amplitude da i-ésima amostra
- Tabela 2.3

Tabela 2.3: Valores de X_{ij} , \bar{X}_i e R_i

Amostra (i)	Elemento (j) da amostra (i)					\bar{X}_i	R_i
	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{i4}	X_{i5}		
1	1001,7	1004,0	1004,8	996,3	1004,3	1002,2	8,4
2	999,7	1000,3	1003,2	993,9	998,9	999,2	9,2
3	990,9	1004,0	1003,0	1004,0	1002,0	1000,8	13,1
4	1000,7	1007,3	998,1	995,5	994,9	999,3	12,4
5	1000,7	998,3	998,9	997,8	1001,9	999,5	4,1
6	998,6	993,7	1002,8	995,5	994,1	997,0	9,1
7	1002,7	1010,5	990,5	992,5	1003,0	999,8	19,9

Fundamentos de CEP

Gráficos de Controle - Construção

- Parâmetros de X com o processo em **controle**
 μ_0 : média da distribuição de X
 σ_0 : desvio-padrão da distribuição de X .
- Os limites do gráfico de controle são determinados com base nestes parâmetros;
- A média deve coincidir com o valor-alvo especificado. Se este valor não estiver definido, ele deve ser estimado;
- O desvio-padrão é estimado;
- As estimativas devem ocorrer em período em que o processo permanecer isento de causas especiais.



Fundamentos de CEP

Uso dos Gráficos de Controle

- Os valores observados da variável de interesse devem ser independentes;
- Em alguns processos, os valores da variável X são correlacionados entre si;
- É possível usar os Gráficos de Shewhart mesmo quando a distribuição não for normal.;



Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráfico por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Inspeção de qualidade
Referências Bibliográficas

Ajuste do Processo

- Para monitorar o processo, é necessário conhecê-lo bem;
- Deve-se estudar os fatores que afetam a característica de qualidade X ;
- É uma etapa em que se promovem grandes melhorias de qualidade.



Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráfico por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Inspeção de qualidade
Referências Bibliográficas

Processo Instável

Figura: Distribuição do volume de leite (processo instável).



Fundamentos de CEP

Processo Estável e Ajustado

- Os valores de X devem vir de uma distribuição com média constante (coincidindo com o valor-alvo);
- Os valores variam em torno da média, com maior incidência de pontos mais próximos ao valor médio. Os pontos afastados são menos freqüentes;
- A dispersão é limitada e segue um padrão aleatório;.
- Não deve haver relação de dependência entre valores consecutivos de X .



Fundamentos de CEP

Gráfico de Processo Estável e Ajustado - Leite

Figura: Volume dos sacos de leite (processo estável e ajustado).



Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráfico por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Inspeção de qualidade
Referências Bibliográficas

Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráfico por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Inspeção de qualidade
Referências Bibliográficas

Fundamentos de CEP

Sub-grupos Racionais

- Retiram-se pequenas amostras a intervalos de tempo regulares;
- Cada amostra (ou sub-grupo racional) constitui-se de unidades produzidas quase no mesmo instante;
- Difícilmente ocorrerá uma causa especial durante a formação do sub-grupo;
- O procedimento minimiza a probabilidade de amostra com elementos de populações diferentes;

Fundamentos de CEP

Sub-grupos Racionais

- Perturbação entre a retirada de amostras não aumentará a variabilidade em cada amostra, mas entre amostras (os valores de \bar{X} terão sua variabilidade aumentada).
- Estima-se a variância do processo com base na dispersão dos valores dentro da amostra;

Fundamentos de CEP

Estimação de σ - S

- Dada uma amostra aleatória $\{x_1, X_2, \dots, X_n\}$ com $E(X_1) = \sigma^2$, tem-se que o estimador S , dado por:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

é viciado para estimar σ , ou seja $E(S) \neq \sigma$

- Pode-se provar que $E(S) = c_4\sigma$, com:

$$c_4 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n-1}} \frac{\Gamma(\frac{n}{2})}{\Gamma(\frac{n-1}{2})}$$

- $c_4 < 1, \forall n$ e $c_4 \rightarrow 1$, quando n cresce.

Fundamentos de CEP

Estimação de σ - R

- A amplitude amostral R é a diferença entre o maior e o menor dos valores amostrais. Ela é viciada para estimar σ , ou seja $E(R) \neq \sigma$
- Pode-se provar que $E(R) = d_2\sigma$;
- \bar{R} é estimador não viesado de $E(R)$, logo $\frac{\bar{R}}{d_2}$ é não viesado para estimar σ .

Fundamentos de CEP

Valores de c_4 e d_2

n	2	3	4	5	6	7	8
c_4	0,798	0,886	0,921	0,940	0,952	0,959	0,965
d_2	1,128	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	2,847

n	9	10	11	12	13	14	15
c_4	0,969	0,973	0,975	0,978	0,979	0,981	0,982
d_2	2,970	3,078	3,173	3,258	3,336	3,407	3,472

Fundamentos de CEP

Estimador S_A

Considera uma única amostra de mn elementos.

- $$S_A = \frac{1}{c_4} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X})^2}{mn - 1}}$$
- x_{ij} : j-ésimo elemento do i-ésimo sub-grupo
- n : tamanho do sub-grupo;
- m : número de sub-grupos;
- $\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{x}_i}{m}$: média global (média das médias)
- c_4 : correção de viés (depende de mn)

Tabela 2.5: Valores de $X_{ij} \sim N(1000,4)$, \bar{X}_i , R_i e S_i

Grupo (i)	Elemento (j) do subgrupo (i)					\bar{X}_i	R_i	S_i
	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{i4}	X_{i5}			
1	992,9	1006,7	1002,7	1005,4	998,3	1001,2	13,8	5,6
2	1008,2	1009,3	1010,8	1008,4	1010,8	1009,5	2,6	1,3
3	1001,2	1001,4	999,0	997,8	994,2	998,7	7,2	2,9
4	993,3	1002,1	998,7	993,6	996,6	996,9	8,8	3,7
5	996,8	1006,4	1006,9	994,5	998,4	1000,6	12,4	5,7
6	1000,9	1004,2	999,2	997,8	997,9	1000,0	6,4	2,7
7	1000,2	1002,6	998,3	1006,4	1005,8	1002,7	8,1	3,5
8	1003,3	996,1	1000,5	995,2	1005,8	1000,2	10,6	4,6

$$S_A = \frac{1}{c_4} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X})^2}{mn - 1}}$$

$$S_B = \frac{1}{c_4} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (\bar{X}_i - \bar{X})^2}{m - 1}}$$

$$S_C = \frac{\bar{S}}{c_4}$$

$$S_D = \bar{R} / d_2$$

$$S_A = 5,1$$

$$S_C = 4,0$$

$$S_B = 8,7$$

$$S_D = 3,8$$

Fundamentos de CEP

- Qualidade na empresa
- Fundamentos de CEP
- Gráfico por variáveis
- Capacidade do processo
- Gráficos por atributos
- Inspeção de qualidade
- Referências Bibliográficas

Exemplo - Comparação entre as Simulações

- | | | | |
|-------|-----|-----|---|
| S_A | 4,1 | 5,1 | Afetados pela causa especial (superestimam σ) |
| S_B | 4,2 | 8,7 | |
| S_C | 4,1 | 4,0 | Mais robustos aos efeitos da causa especial |
| S_D | 3,9 | 3,8 | |

- S_D tem menor variância (será o mais eficiente?)

Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráfico por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Inspeção de qualidade
Referências Bibliográficas

Comentários (1)

- S_A e S_B são muito afetados por deslocamentos da média;
 S_A : baseado na dispersão de todos os pontos;
 S_B : baseado nas diferenças entre médias amostrais
- S_C e S_D são insensíveis a causas especiais que alteram a média do processo, pois, baseiam-se apenas na dispersão dos valores **dentro** das amostras;

Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráfico por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Inspeção de qualidade
Referências Bibliográficas

Comentários (2)

- Para subgrupos grandes ($n \geq 10$)
 - S_C usa mais informação que S_D (apenas 2);
 - S_C é mais eficiente que S_D .
- Para subgrupos pequenos ($n < 10$), S_D é praticamente tão preciso quanto S_C
- S_D será dotado como estimador do desvio-padrão σ por ser robusto a alterações da média e por simplicidade de cálculo. É o estimador mais usado em CEP.

2.2: Sejam os dados da Tabela 2.9. Obter e interpretar os valores de S_A , S_B , S_C , e S_D .

Tabela 2.9: Valores de X_{ij} , \bar{X}_i , R_i e S_i

Subgrupo (i)	Elemento (j) do subgrupo (i)					\bar{X}_i	R_i	S_i
	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	X_{i4}	X_{i5}			
1	439,5	453,3	449,3	452	444,9			
2	447,9	441,9	445,6	445,7	443,1			
3	447,8	448	445,6	444,4	440,8			
4	439,9	448,7	445,3	440,2	443,2			
5	443,4	453	453,5	441,1	445			
6	447,5	450,8	445,8	444,4	444,5			
7	446,8	449,2	444,9	453,0	452,4			
8	449,9	442,7	447,1	441,8	452,4			

Referências bibliográficas

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Inspeção de qualidade

Referências Bibliográficas



COSTA, A. F. B.; EPPRECHT, E. K. e CARPINETTI, L. C. R. *Controle estatístico de qualidade*. Atlas, 2004.



MONTGOMERY, D. C. *Introdução ao controle estatístico de qualidade*. 4a. Edição LTC, 2004.



WERKEMA, M. C. C. *Ferramentas estatísticas básicas*. Fundação Cristiano Ottoni, 1995.



WERKEMA, M. C. C. *Avaliação da qualidade de medidas*. Fundação Cristiano Ottoni, 1996.

Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráfico por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Inspeção de qualidade
Referências Bibliográficas

Controle de Qualidade

Lupércio França Bessegato

UFMG
Especialização em Estatística

Abril/2007

