

## Roteiro da apresentação

- 1 Qualidade na empresa
- 2 Fundamentos de CEP
- 3 Gráfico por variáveis
- 4 Capacidade do processo
- 5 Gráficos por atributos
- 6 Inspeção de qualidade
- 7 Referências Bibliográficas

# Controle de Qualidade

Lupércio França Bessegato

UFMG  
Especialização em Estatística

Abril/2007

## Gráfico por variáveis

## Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa  
Fundamentos de CEP  
Gráfico por variáveis  
Capacidade do processo  
Gráficos por atributos  
Inspeção de qualidade  
Referências Bibliográficas

# *Fundamentos do Controle Estatístico do Processo*



Qualidade na empresa  
Fundamentos de CEP  
Gráfico por variáveis  
Capacidade do processo  
Gráficos por atributos  
Inspeção de qualidade  
Referências Bibliográficas

### Exemplo: Sacos de Leite

X: Volume de cada saco (ml)

- Valor-alvo: 100ml
- Resultados de Amostra com 100 sacos

- $\bar{x} = 999,8 \text{ ml}$

- $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{100} (x_i - \bar{x})^2}{99}}$



## Capítulo 2: Fundamentos do Controle Estatístico de Processos

**Tabela 2.1: Valores da Variável X**

998,8	994,9	1001,0	1005,1	1004,8	1006,9	991,3	999,1	1004,4	995,7
997,2	993,2	992,6	996,1	996,9	991,5	997,7	998,4	1000,5	998,5
998,7	998,5	1005,4	999,7	999,3	997,9	1007,9	1003,5	1009,5	997,4
1006,6	993,6	1002,2	1003,6	1007,7	999,7	997,9	1002,7	998,5	1003,0
994,2	996,6	993,9	998,5	999,9	1000,1	998,7	1008,8	993,0	997,1
989,7	1005,8	994,9	997,4	1003,0	1001,9	1003,5	1002,4	994,5	995,5
1002,8	1001,3	996,2	999,0	1000,5	1002,2	1000,6	996,4	1007,5	1001,9
1000,3	1003,3	1003,4	997,5	996,3	1004,4	995,2	993,8	1002,8	1002,6
1008,8	1005,8	1005,2	1000,5	1000,0	1001,8	999,9	995,8	992,9	1003,3
1001,8	1002,5	1000,9	995,9	1005,0	998,8	996,6	996,7	998,3	998,2

## Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

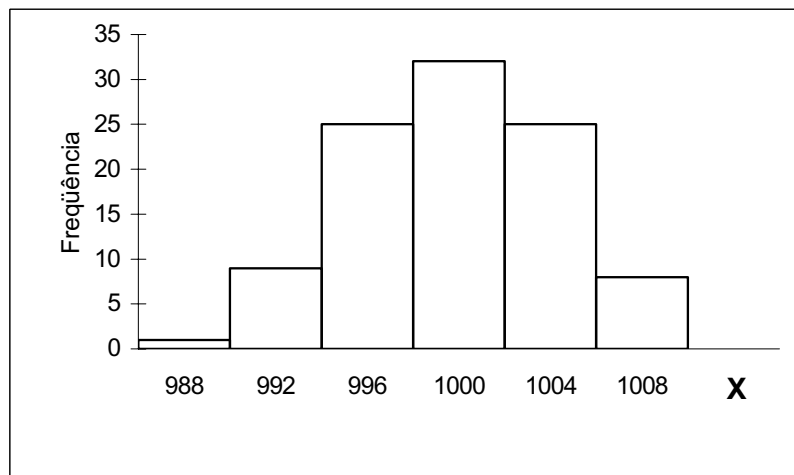
Gráficos por atributos

Inspeção de qualidade

Referências Bibliográficas

Histograma dos valores de X

X aparenta ser normal.



**Figura 2.1: Histograma dos Valores de X da Tabela 2.1**

## Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa  
Fundamentos de CEP  
Gráfico por variáveis  
Capacidade do processo  
Gráficos por atributos  
Inspeção de qualidade  
Referências Bibliográficas

### Variabilidade do Processo

Relaciona-se com as diferenças entre as unidades produzidas.

- Variabilidade grande  
Fácil observar as diferenças
- Variabilidade pequena  
Difícil observar as diferenças

## Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa  
Fundamentos de CEP  
Gráfico por variáveis  
Capacidade do processo  
Gráficos por atributos  
Inspeção de qualidade  
Referências Bibliográficas

### Variabilidade Natural

#### Resultados de pequenas perturbações (ou causas aleatórias)

- É inevitável, impossível de ser evitada
- Se o processo apresenta apenas variabilidade natural diz-se que está no **estado de controle estatístico, ou em controle.**



## Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa  
Fundamentos de CEP  
Gráfico por variáveis  
Capacidade do processo  
Gráficos por atributos  
Inspeção de qualidade  
Referências Bibliográficas

### Processo em Controle

Figura: Processo isento de causas especiais



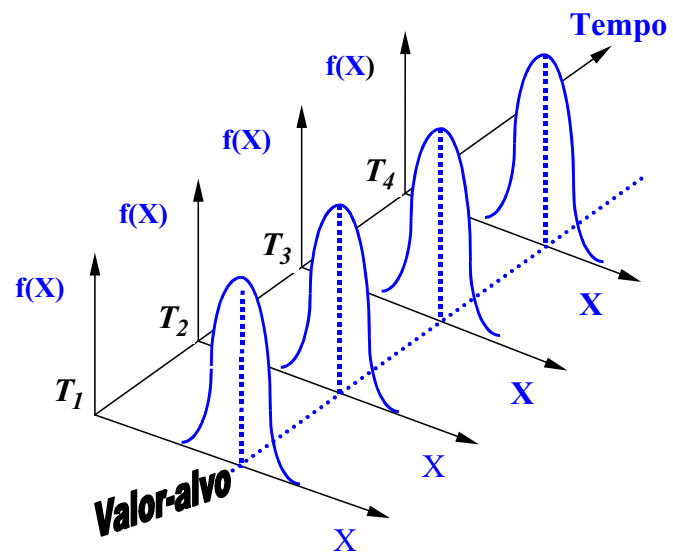


Figura 2.2: Processo Isento de Causas Especiais

## Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Inspeção de qualidade

Referências Bibliográficas

### Causa Especial

Problema ou modo anormal de operação do processo.

- Desloca a distribuição da variável aleatória de interesse tira a média do valor-alvo e/ou aumenta sua dispersão;
- Pode ser corrigida ou eliminada
- Em presença de causas especiais, diz-se que o processo está **fora de controle**.

# Fundamentos de CEP

- Qualidade na empresa
- Fundamentos de CEP
- Gráfico por variáveis
- Capacidade do processo
- Gráficos por atributos
- Inspeção de qualidade
- Referências Bibliográficas

## Causa Especial (1)

Figura: Causa especial altera a média do processo.

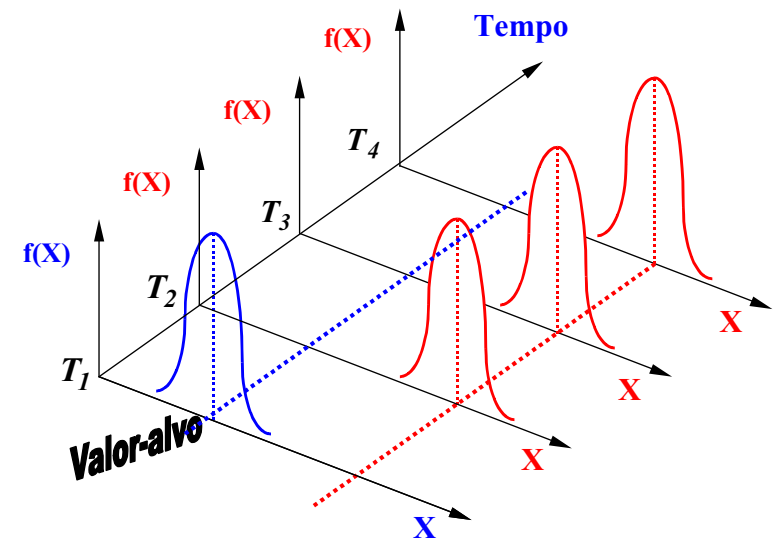


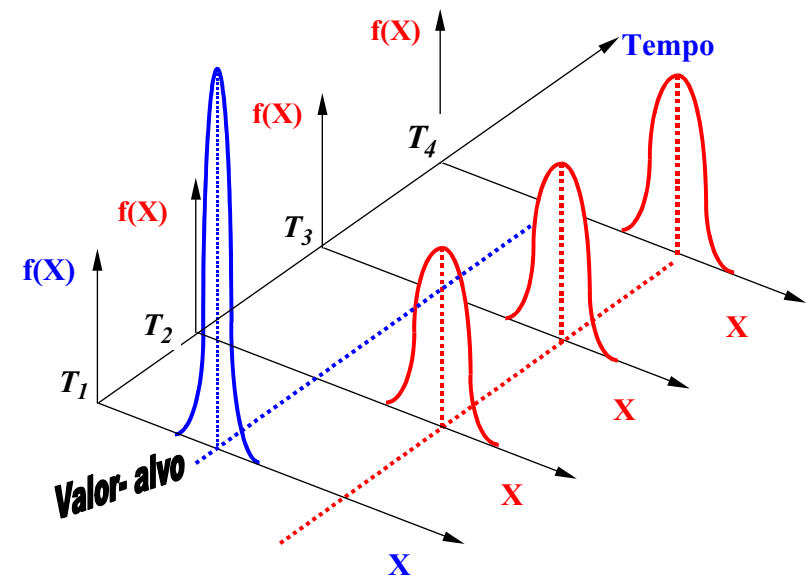
Figura 2.3: Causa Especial Altera a Média do Processo

# Fundamentos de CEP

- Qualidade na empresa
- Fundamentos de CEP
- Gráfico por variáveis
- Capacidade do processo
- Gráficos por atributos
- Inspeção de qualidade
- Referências Bibliográficas

## Causa Especial (2)

Figura: Causa especial altera a média e variabilidade do processo.



**Figura 2.4: Causa Especial Altera a Média e Aumenta a Variabilidade do Processo**



# Fundamentos de CEP

- Qualidade na empresa
- Fundamentos de CEP
- Gráfico por variáveis
- Capacidade do processo
- Gráficos por atributos
- Inspeção de qualidade
- Referências Bibliográficas

## Exemplo: Sacos de Leite após alteração de pressão de operação

- $\bar{x} = 1004,9 \text{ ml}$
- $s = 8,55$

Figura: Histograma dos valores de X.



**Tabela 2.2: Valores da Variável X- processo sob a influência de causas especiais**

1010,2	1002,3	1003,8	1000,2	1008,8	992,1	1008,9	999,4	1011,3	1014,0
1010,5	995,0	994,0	1011,2	1008,1	1008,3	1017,6	1005,3	1003,8	1019,6
995,0	1010,2	999,9	1009,5	1017,9	1012,9	1008,5	1003,1	1010,5	1009,5
994,1	991,2	1001,6	1002,1	1010,5	1009,0	992,3	1002,3	1012,7	1006,9
994,8	989,1	1002,5	1008,7	1014,6	1004,9	1002,2	1007,3	1002,4	1011,7
980,2	999,4	1002,0	1011,9	997,8	997,5	986,6	1014,4	1024,0	1006,9
992,0	1004,4	1005,3	1003,2	1016,5	1015,3	1003,3	992,6	1013,1	1016,1
997,2	994,5	1006,9	1012,8	1014,5	1021,7	1007,2	996,1	1008,8	1000,2
1004,5	998,7	1002,4	1012,9	1011,1	1007,8	994,2	1012,0	1017,8	1018,4
988,2	991,1	1004,3	1010,6	1009,9	1011,3	989,9	1002,9	997,5	1002,0



## Fundamentos de CEP

### Gráficos de Controle

Principal ferramenta para monitorar processos.

- Gráficos de  $\bar{X}$  e  $R$   
Monitoram processos cuja característica de qualidade de interesse  $X$  é uma grandeza contínua (mensurável)
- Efetua-se análise periódica de amostra  
Amostra de  $n$  itens retirados a cada intervalo de tempo  $h$ ;
- Os gráficos possuem Limite Superior de Controle (LSC) e Limite Inferior de Controle (LIC);

## Fundamentos de CEP

### Regra de Decisão do Gráfico

Principal ferramenta para monitorar processos.

- Enquanto os pontos distribuírem-se aleatoriamente em torno da Linha Média (LM) não se deve intervir no processo (**processo em controle**);  
“leave the process alone”
- Se um dos pontos cair na região de ação do gráfico, deve-se intervir no processo (ação corretiva)  
Afastamento excessivo em relação à LM deve-se **provavelmente** a alguma causa especial, ou seja, é improvável se o processo estiver sujeito apenas às causas aleatórias;

## Fundamentos de CEP

### Gráfico de Controle - Leite

- $h = 30$  e  $n = 5$
- $X_{ij}$ : j-ésimo elemento da i-ésima amostra  
 $\bar{X}_i$ : média da i-ésima amostra  
 $R_i$ : amplitude da i-ésima amostra
- Tabela 2.3

Tabela 2.3: Valores de  $X_{ij}$ ,  $\bar{X}_i$  e  $R_i$

Amostra (i)	Elemento (j) da amostra (i)					$\bar{X}_i$	$R_i$
	$X_{i1}$	$X_{i2}$	$X_{i3}$	$X_{i4}$	$X_{i5}$		
1	1001,7	1004,0	1004,8	996,3	1004,3	1002,2	8,4
2	999,7	1000,3	1003,2	993,9	998,9	999,2	9,2
3	990,9	1004,0	1003,0	1004,0	1002,0	1000,8	13,1
4	1000,7	1007,3	998,1	995,5	994,9	999,3	12,4
5	1000,7	998,3	998,9	997,8	1001,9	999,5	4,1
6	998,6	993,7	1002,8	995,5	994,1	997,0	9,1
7	1002,7	1010,5	990,5	992,5	1003,0	999,8	19,9

# Fundamentos de CEP

## Gráficos de Controle - Leite

Figura: Gráficos de controle de  $\bar{X}$  e  $R$ .

- O afastamento do 15º valor de  $\bar{X}$  deve-se provavelmente a uma causa especial.

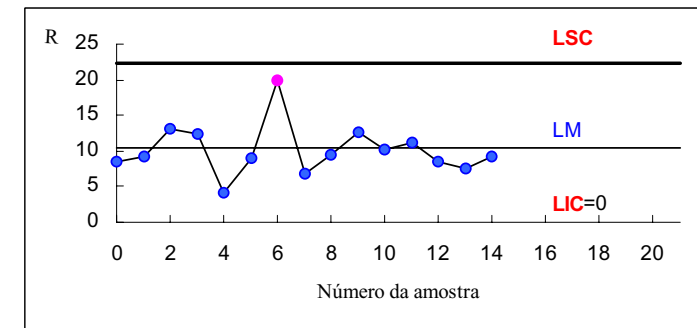
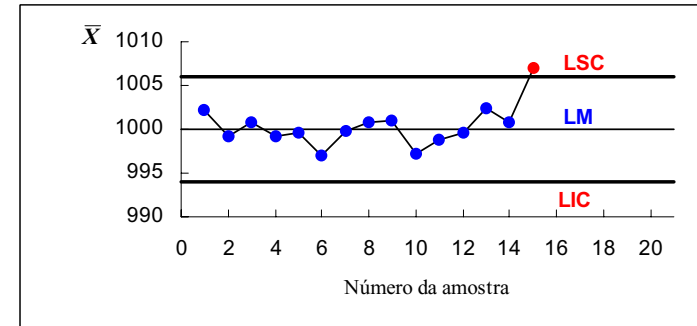


Figura 2.6: Gráficos de Controle  $\bar{X}$  e  $R$

## Fundamentos de CEP

### Gráficos de Controle - Construção

- Parâmetros de  $X$  com o processo em **controle**  
 $\mu_0$ : média da distribuição de  $X$   
 $\sigma_0$ : desvio-padrão da distribuição de  $X$ .
- Os limites do gráfico de controle são determinados com base nestes parâmetros;
- A média deve coincidir com o valor-alvo especificado. Se este valor não estiver definido, ele deve ser estimado;
- O desvio-padrão é estimado;
- As estimativas devem ocorrer em período em que o processo permanecer isento de causas especiais.



## Fundamentos de CEP

### Uso dos Gráficos de Controle

- Os valores observados da variável de interesse devem ser independentes;
- Em alguns processos, os valores da variável  $X$  são correlacionados entre si;
- É possível usar os Gráficos de Shewhart mesmo quando a distribuição não for normal.;



## Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa  
Fundamentos de CEP  
Gráfico por variáveis  
Capacidade do processo  
Gráficos por atributos  
Inspeção de qualidade  
Referências Bibliográficas

### Ajuste do Processo

- Para monitorar o processo, é necessário conhecê-lo bem;
- Deve-se estudar os fatores que afetam a característica de qualidade  $X$ ;
- É uma etapa em que se promovem grandes melhorias de qualidade.



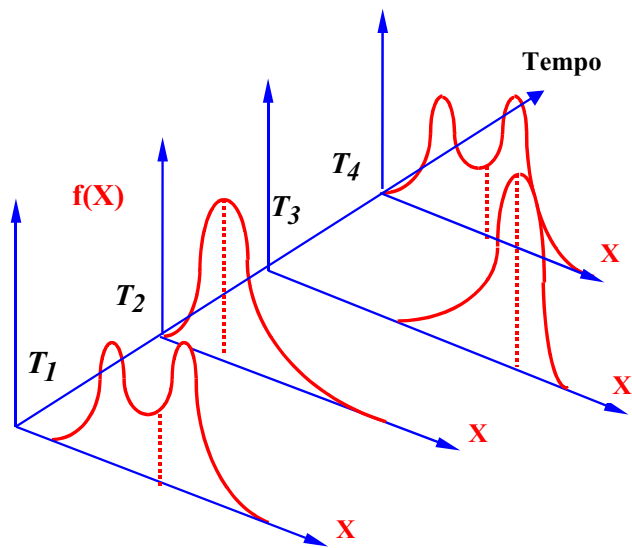
## Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa  
Fundamentos de CEP  
Gráfico por variáveis  
Capacidade do processo  
Gráficos por atributos  
Inspeção de qualidade  
Referências Bibliográficas

### Processo Instável

Figura: Distribuição do volume de leite (processo instável).





**Figura 2.8: Distribuição do Volume dos Saquinhos de Leite ao Longo do Tempo (processo instável)**

## Fundamentos de CEP

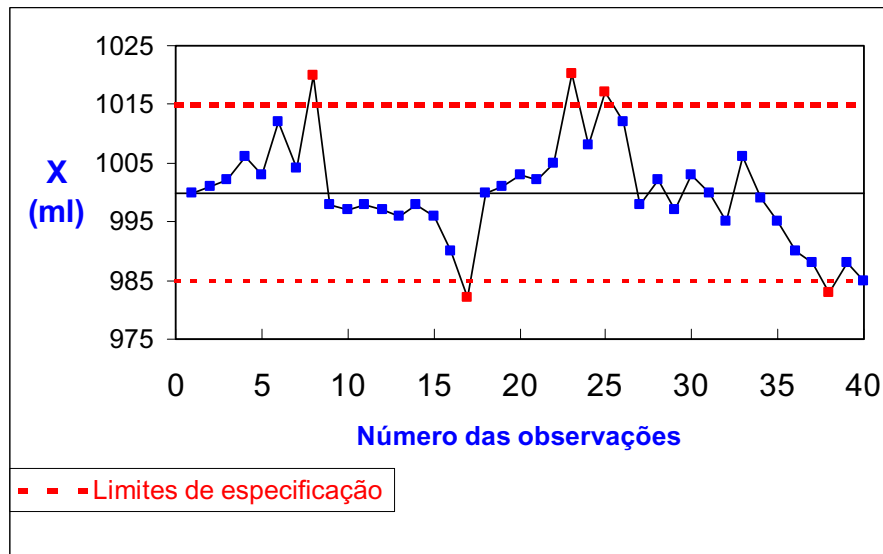
Qualidade na empresa  
Fundamentos de CEP  
Gráfico por variáveis  
Capacidade do processo  
Gráficos por atributos  
Inspeção de qualidade  
Referências Bibliográficas

### Gráfico de Controle - Processo Instável

Figura: Volume de leite (processo instável).

- $\bar{X}$  medido a cada 15 minutos. A característica de qualidade não é estável;





**Figura 2.7: Volume dos Saquinhos de Leite (processo instável)**

## Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa  
Fundamentos de CEP  
Gráfico por variáveis  
Capacidade do processo  
Gráficos por atributos  
Inspeção de qualidade  
Referências Bibliográficas

### Ajuste do Processo - Diagnóstico

Figura: Diagrama de cause e efeito de algumas causas especiais).



## Fundamentos de CEP

### Processo Estável e Ajustado

- Os valores de  $X$  devem vir de uma distribuição com média constante (coincidindo com o valor-alvo);
- Os valores variam em torno da média, com maior incidência de pontos mais próximos ao valor médio. Os pontos afastados são menos freqüentes;
- A dispersão é limitada e segue um padrão aleatório;.
- Não deve haver relação de dependência entre valores consecutivos de  $X$ .



## Fundamentos de CEP

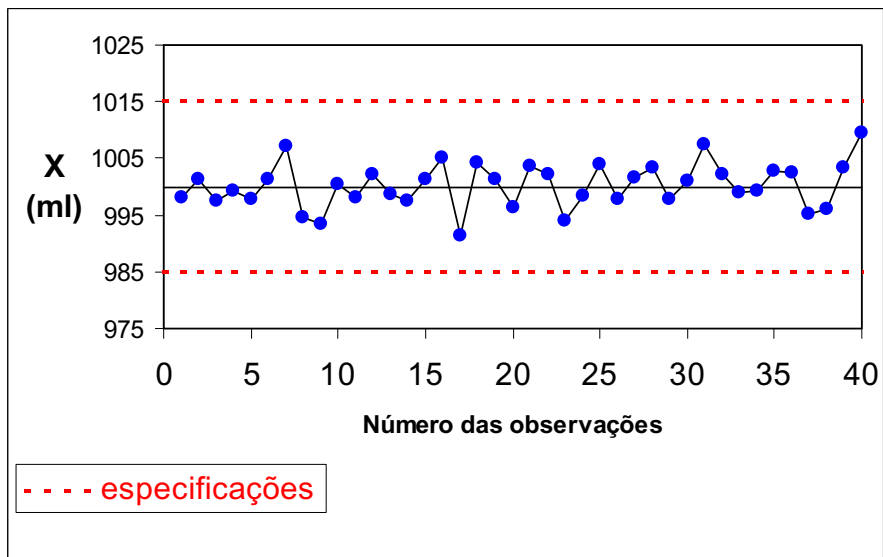
### Gráfico de Processo Estável e Ajustado - Leite

Figura: Volume dos sacos de leite (processo estável e ajustado).



Qualidade na empresa  
Fundamentos de CEP  
Gráfico por variáveis  
Capacidade do processo  
Gráficos por atributos  
Inspeção de qualidade  
Referências Bibliográficas

Qualidade na empresa  
Fundamentos de CEP  
Gráfico por variáveis  
Capacidade do processo  
Gráficos por atributos  
Inspeção de qualidade  
Referências Bibliográficas



**Figura 2.10: Volume dos Saquinhos de Leite (processo estável e ajustado)**

## Fundamentos de CEP

### Construção do Gráfico de Controle

- $\mu$  e  $\sigma$  são desconhecidos e devem ser estimados;
- Certeza de processo em controle durante amostragem  
 $\bar{X}$  estima  $\mu$   
 $S^2$  estima  $\sigma^2$ ;
- Na prática, nunca se sabe se o processo permaneceu isento de causas especiais durante o período de coleta das amostras.

Qualidade na empresa  
Fundamentos de CEP  
Gráfico por variáveis  
Capacidade do processo  
Gráficos por atributos  
Inspeção de qualidade  
Referências Bibliográficas

## Fundamentos de CEP

### Sub-grupos Racionais

- Retiram-se pequenas amostras a intervalos de tempo regulares;
- Cada amostra (ou sub-grupo racional) constitui-se de unidades produzidas quase no mesmo instante;
- Difícilmente ocorrerá uma causa especial durante a formação do sub-grupo;
- O procedimento minimiza a probabilidade de amostra com elementos de populações diferentes;

## Fundamentos de CEP

### Sub-grupos Racionais

- Perturbação entre a retirada de amostras não aumentará a variabilidade em cada amostra, mas entre amostras (os valores de  $\bar{X}$  terão sua variabilidade aumentada).
- Estima-se a variância do processo com base na dispersão dos valores dentro da amostra;

## Fundamentos de CEP

### Estimação de $\sigma - S$

- Dada uma amostra aleatória  $\{x_1, X_2, \dots, X_n\}$  com  $E(X_1) = \sigma^2$ , tem-se que o estimador  $S$ , dado por:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

é viciado para estimar  $\sigma$ , ou seja  $E(S) \neq \sigma$

- Pode-se provar que  $E(S) = c_4\sigma$ , com:

$$c_4 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n-1}} \frac{\Gamma(\frac{n}{2})}{\Gamma(\frac{n-1}{2})}$$

- $c_4 < 1, \forall n$  e  $c_4 \rightarrow 1$ , quando  $n$  cresce.

## Fundamentos de CEP

### Estimação de $\sigma - R$

- A amplitude amostral  $R$  é a diferença entre o maior e o menor dos valores amostrais. Ela é viciada para estimar  $\sigma$ , ou seja  $E(R) \neq \sigma$
- Pode-se provar que  $E(R) = d_2\sigma$ ;
- $\bar{R}$  é estimador não viesado de  $E(R)$ , logo  $\frac{\bar{R}}{d_2}$  é não viesado para estimar  $\sigma$ .

## Fundamentos de CEP

### Valores de $c_4$ e $d_2$

n	2	3	4	5	6	7	8
$c_4$	0,798	0,886	0,921	0,940	0,952	0,959	0,965
$d_2$	1,128	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	2,847

n	9	10	11	12	13	14	15
$c_4$	0,969	0,973	0,975	0,978	0,979	0,981	0,982
$d_2$	2,970	3,078	3,173	3,258	3,336	3,407	3,472

## Fundamentos de CEP

### Estimador $S_A$

Considera uma única amostra de  $mn$  elementos.

- $$S_A = \frac{1}{c_4} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X})^2}{mn - 1}}$$
- $x_{ij}$ : j-ésimo elemento do i-ésimo sub-grupo
- $n$ : tamanho do sub-grupo;
- $m$ : número de sub-grupos;
- $\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{x}_i}{m}$ : média global (média das médias)
- $c_4$ : correção de viés (depende de  $mn$ )

Tabela 2.5: Valores de  $X_{ij} \sim N(1000,4)$ ,  $\bar{X}_i$ ,  $R_i$  e  $S_i$

Subgrupo (i)	Elemento (j) do subgrupo (i)					$\bar{X}_i$	$R_i$	$S_i$
	$X_{i1}$	$X_{i2}$	$X_{i3}$	$X_{i4}$	$X_{i5}$			
1	992,9	1006,7	1002,7	1005,4	998,3	1001,2	13,8	5,6
2	1001,3	995,3	999,0	999,1	996,5	998,2	6,0	2,4
3	1001,2	1001,4	999,0	997,8	994,2	998,7	7,2	2,9
4	993,3	1002,1	998,7	993,6	996,6	996,9	8,8	3,7
5	996,8	1006,4	1006,9	994,5	998,4	1000,6	12,4	5,7
6	1000,9	1004,2	999,2	997,8	997,9	1000,0	6,4	2,7
7	1000,2	1002,6	998,3	1006,4	1005,8	1002,7	8,1	3,5
8	1003,3	996,1	1000,5	995,2	1005,8	1000,2	10,6	4,6

$$S_A = \frac{1}{c_4} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X})^2}{mn - 1}}$$

## Fundamentos de CEP

### Estimador $S_B$

Considera o desvio-padrão das médias dos subgrupos.

- $$S_B = \left[ \frac{1}{c_4} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (\bar{X}_i - \bar{\bar{X}})^2}{m - 1}} \right] \sqrt{n}.$$

- $$\sigma = \sigma_{\bar{X}} \sqrt{n}$$

$[\cdot]$ : estimador de  $\sigma_{\bar{X}}$ ;

$c_4$ : correção de viés (depende de  $m$ )

Qualidade na empresa  
Fundamentos de CEP  
Gráfico por variáveis  
Capacidade do processo  
Gráficos por atributos  
Inspeção de qualidade  
Referências Bibliográficas



Tabela 2.5: Valores de  $X_{ij} \sim N(1000,4)$ ,  $\bar{X}_i$ ,  $R_i$  e  $S_i$

Subgrupo (i)	Elemento (j) do subgrupo (i)					$\bar{X}_i$	$R_i$	$S_i$
	$X_{i1}$	$X_{i2}$	$X_{i3}$	$X_{i4}$	$X_{i5}$			
1	992,9	1006,7	1002,7	1005,4	998,3	1001,2	13,8	5,6
2	1001,3	995,3	999,0	999,1	996,5	998,2	6,0	2,4
3	1001,2	1001,4	999,0	997,8	994,2	998,7	7,2	2,9
4	993,3	1002,1	998,7	993,6	996,6	996,9	8,8	3,7
5	996,8	1006,4	1006,9	994,5	998,4	1000,6	12,4	5,7
6	1000,9	1004,2	999,2	997,8	997,9	1000,0	6,4	2,7
7	1000,2	1002,6	998,3	1006,4	1005,8	1002,7	8,1	3,5
8	1003,3	996,1	1000,5	995,2	1005,8	1000,2	10,6	4,6

$$S_B = \left[ \frac{1}{c_4} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (\bar{X}_i - \bar{\bar{X}})^2}{m-1}} \right] \sqrt{n}$$

## Fundamentos de CEP

### Estimador $S_C$

Considera os desvios-padrão dos subgrupos.

- $$S_C = \frac{\bar{S}}{c_4}$$
- $$\bar{S} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m S_i, i = 1, 2, \dots$$

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n X_{ij} - \bar{X}_i}{n-1}}$$

$c_4$ : correção de viés (depende de  $n$ )
- $\bar{S}$  é mais preciso que  $S_i$  para estimar  $c_4\sigma$  variância  $m$  vezes menor.

Tabela 2.5: Valores de  $X_{ij} \sim N(1000,4)$ ,  $\bar{X}_i$ ,  $R_i$  e  $S_i$

Subgrupo (i)	Elemento (j) do subgrupo (i)					$\bar{X}_i$	$R_i$	$S_i$
	$X_{i1}$	$X_{i2}$	$X_{i3}$	$X_{i4}$	$X_{i5}$			
1	992,9	1006,7	1002,7	1005,4	998,3	1001,2	13,8	5,6
2	1001,3	995,3	999,0	999,1	996,5	998,2	6,0	2,4
3	1001,2	1001,4	999,0	997,8	994,2	998,7	7,2	2,9
4	993,3	1002,1	998,7	993,6	996,6	996,9	8,8	3,7
5	996,8	1006,4	1006,9	994,5	998,4	1000,6	12,4	5,7
6	1000,9	1004,2	999,2	997,8	997,9	1000,0	6,4	2,7
7	1000,2	1002,6	998,3	1006,4	1005,8	1002,7	8,1	3,5
8	1003,3	996,1	1000,5	995,2	1005,8	1000,2	10,6	4,6

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{n-1}}$$

$$\bar{S} = \sum_{i=1}^m S_i / m$$

$$S_C = \frac{\bar{S}}{c_4}$$

## Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Inspeção de qualidade

Referências Bibliográficas

### Estimador $S_D$

Considera a amplitude amostral  $R$ .

- 

$$S_D = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

- $\bar{R} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m R_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$

$R_i$ : amplitude do i-ésimo subgrupo;

$d_2$ : correção de viés (depende de  $n$ )

Tabela 2.5: Valores de  $X_{ij} \sim N(1000,4)$ ,  $\bar{X}_i$ ,  $R_i$  e  $S_i$

Subgrupo (i)	Elemento (j) do subgrupo (i)					$\bar{X}_i$	$R_i$	$S_i$
	$X_{i1}$	$X_{i2}$	$X_{i3}$	$X_{i4}$	$X_{i5}$			
1	992,9	1006,7	1002,7	1005,4	998,3	<b>1001,2</b>	<b>13,8</b>	5,6
2	1001,3	995,3	999,0	999,1	996,5	<b>998,2</b>	<b>6,0</b>	2,4
3	1001,2	1001,4	999,0	997,8	994,2	<b>998,7</b>	<b>7,2</b>	2,9
4	993,3	1002,1	998,7	993,6	996,6	<b>996,9</b>	<b>8,8</b>	3,7
5	996,8	1006,4	1006,9	994,5	998,4	<b>1000,6</b>	<b>12,4</b>	5,7
6	1000,9	1004,2	999,2	997,8	997,9	<b>1000,0</b>	<b>6,4</b>	2,7
7	1000,2	1002,6	998,3	1006,4	1005,8	<b>1002,7</b>	<b>8,1</b>	3,5
8	1003,3	996,1	1000,5	995,2	1005,8	<b>1000,2</b>	<b>10,6</b>	4,6

$$\bar{R} = \sum_{i=1}^m R_i / m$$

$$S_D = \bar{R} / d_2$$

## Fundamentos de CEP

### Exemplo - Estimação Variabilidade (Tab. 2.6)

Simulação:  $X_{ij} \sim N(1000, 4)$

com 8 subgrupos ( $m = 8$ ), e 5 elementos por amostra ( $n = 5$ )

Figura: Valores de  $X_{ij} \sim N(1000, 4)$ .

- Valores obtidos para estimação de  $\sigma$

$S_A$	$S_B$	$S_C$	$S_D$
4,1	4,2	4,1	3,9

Tabela 2.5: Valores de  $X_{ij} \sim N(1000, 4)$ ,  $\bar{X}_i$ ,  $R_i$  e  $S_i$

ubgrupo (i)	Elemento (j) do subgrupo (i)					$\bar{X}_i$	$R_i$	$S_i$
	$X_{i1}$	$X_{i2}$	$X_{i3}$	$X_{i4}$	$X_{i5}$			
1	992,9	1006,7	1002,7	1005,4	998,3	1001,2	13,8	5,6
2	1001,3	995,3	999,0	999,1	996,5	998,2	6,0	2,4
3	1001,2	1001,4	999,0	997,8	994,2	998,7	7,2	2,9
4	993,3	1002,1	998,7	993,6	996,6	996,9	8,8	3,7
5	996,8	1006,4	1006,9	994,5	998,4	1000,6	12,4	5,7
6	1000,9	1004,2	999,2	997,8	997,9	1000,0	6,4	2,7
7	1000,2	1002,6	998,3	1006,4	1005,8	1002,7	8,1	3,5
8	1003,3	996,1	1000,5	995,2	1005,8	1000,2	10,6	4,6

$$S_A = \frac{1}{c_4} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X})^2}{mn-1}}$$

$$S_B = \frac{1}{c_4} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (\bar{X}_i - \bar{X})^2}{m-1}}$$

$$S_C = \frac{\bar{S}}{c_4}$$

$$S_D = \bar{R} / d_2$$

$$S_A = 4,1$$

$$S_B = 4,2$$

$$S_C = 4,1$$

$$S_D = 3,9$$

## Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Inspeção de qualidade

Referências Bibliográficas

### Exemplo - Estimação Variabilidade (Tab. 2.8)

Simulação:  $X_{ij} \sim N(1000, 4)$ , para  $i \neq 2$   
e  $X_{ij} \sim N(1010, 4)$ , para  $i = 2$  (causa especial)  
com 8 subgrupos ( $m = 8$ ) e 5 elementos por amostra ( $n = 5$ )

Figura: Valores de  $X_{ij} \sim N(1000, 4)$  (exceto  $i = 2$ ).

- Valores obtidos para estimação de  $\sigma$

$S_A$	$S_B$	$S_C$	$S_D$
5,1	8,7	4,0	3,8

Tabela 2.5: Valores de  $X_{ij} \sim N(1000,4)$ ,  $\bar{X}_i$ ,  $R_i$  e  $S_i$

Grupo (i)	Elemento (j) do subgrupo (i)					$\bar{X}_i$	$R_i$	$S_i$
	$X_{i1}$	$X_{i2}$	$X_{i3}$	$X_{i4}$	$X_{i5}$			
1	992,9	1006,7	1002,7	1005,4	998,3	1001,2	13,8	5,6
<b>2</b>	<b>1008,2</b>	<b>1009,3</b>	<b>1010,8</b>	<b>1008,4</b>	<b>1010,8</b>	<b>1009,5</b>	<b>2,6</b>	<b>1,3</b>
3	1001,2	1001,4	999,0	997,8	994,2	998,7	7,2	2,9
4	993,3	1002,1	998,7	993,6	996,6	996,9	8,8	3,7
5	996,8	1006,4	1006,9	994,5	998,4	1000,6	12,4	5,7
6	1000,9	1004,2	999,2	997,8	997,9	1000,0	6,4	2,7
7	1000,2	1002,6	998,3	1006,4	1005,8	1002,7	8,1	3,5
8	1003,3	996,1	1000,5	995,2	1005,8	1000,2	10,6	4,6

$$S_A = \frac{1}{c_4} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X})^2}{mn - 1}}$$

$$S_B = \frac{1}{c_4} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (\bar{X}_i - \bar{X})^2}{m - 1}}$$

$$S_C = \frac{\bar{S}}{c_4}$$

$$S_D = \bar{R} / d_2$$

$$S_A = 5,1$$

$$S_C = 4,0$$

$$S_B = 8,7$$

$$S_D = 3,8$$

## Fundamentos de CEP

- Qualidade na empresa
- Fundamentos de CEP
- Gráfico por variáveis
- Capacidade do processo
- Gráficos por atributos
- Inspeção de qualidade
- Referências Bibliográficas

### Exemplo - Comparação entre as Simulações

- |       |     |     |   |
|-------|-----|-----|---|
| $S_A$ | 4,1 | 5,1 | Afetados pela causa especial (superestimam $\sigma$ ) |
| $S_B$ | 4,2 | 8,7 |   |
| $S_C$ | 4,1 | 4,0 | Mais robustos aos efeitos da causa especial           |
| $S_D$ | 3,9 | 3,8 |   |
- $S_D$  tem menor variância (será o mais eficiente?)

## Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa  
Fundamentos de CEP  
Gráfico por variáveis  
Capacidade do processo  
Gráficos por atributos  
Inspeção de qualidade  
Referências Bibliográficas

### Comentários (1)

- $S_A$  e  $S_B$  são muito afetados por deslocamentos da média;  
 $S_A$ : baseado na dispersão de todos os pontos;  
 $S_B$ : baseado nas diferenças entre médias amostrais
- $S_C$  e  $S_D$  são insensíveis a causas especiais que alteram a média do processo, pois, baseiam-se apenas na dispersão dos valores **dentro** das amostras;



## Fundamentos de CEP

Qualidade na empresa  
Fundamentos de CEP  
Gráfico por variáveis  
Capacidade do processo  
Gráficos por atributos  
Inspeção de qualidade  
Referências Bibliográficas

### Comentários (2)

- Para subgrupos grandes ( $n \geq 10$ )
  - $S_C$  usa mais informação que  $S_D$  (apenas 2);
  - $S_C$  é mais eficiente que  $S_D$ .
- Para subgrupos pequenos ( $n < 10$ ),  $S_D$  é praticamente tão preciso quanto  $S_C$
- $S_D$  será dotado como estimador do desvio-padrão  $\sigma$  por ser robusto a alterações da média e por simplicidade de cálculo. É o estimador mais usado em CEP.



**2.2:** Sejam os dados da Tabela 2.9. Obter e interpretar os valores de **S<sub>A</sub>**, **S<sub>B</sub>**, **S<sub>C</sub>**, e **S<sub>D</sub>**.

**Tabela 2.9:** Valores de  $X_{ij}$ ,  $\bar{X}_i$ ,  $R_i$  e  $S_i$

Subgrupo (i)	Elemento (j) do subgrupo (i)					$\bar{X}_i$	$R_i$	$S_i$
	$X_{i1}$	$X_{i2}$	$X_{i3}$	$X_{i4}$	$X_{i5}$			
1	439,5	453,3	449,3	452	444,9			
2	447,9	441,9	445,6	445,7	443,1			
3	447,8	448	445,6	444,4	440,8			
4	439,9	448,7	445,3	440,2	443,2			
5	443,4	453	453,5	441,1	445			
6	447,5	450,8	445,8	444,4	444,5			
7	446,8	449,2	444,9	453,0	452,4			
8	449,9	442,7	447,1	441,8	452,4			

## Referências bibliográficas

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP





Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Inspeção de qualidade

Referências Bibliográficas

-  COSTA, A. F. B.; EPPRECHT, E. K. e CARPINETTI, L. C. R. *Controle estatístico de qualidade*. Atlas, 2004.
-  MONTGOMERY, D. C. *Introdução ao controle estatístico de qualidade*. 4a. Edição LTC, 2004.
-  WERKEMA, M. C. C. *Ferramentas estatísticas básicas*. Fundação Cristiano Ottoni, 1995.
-  WERKEMA, M. C. C. *Avaliação da qualidade de medidas*. Fundação Cristiano Ottoni, 1996.

Qualidade na empresa  
Fundamentos de CEP  
Gráfico por variáveis  
Capacidade do processo  
Gráficos por atributos  
Inspeção de qualidade  
Referências Bibliográficas

# Controle de Qualidade

Lupércio França Bessegato

UFMG  
Especialização em Estatística

Abril/2007

