

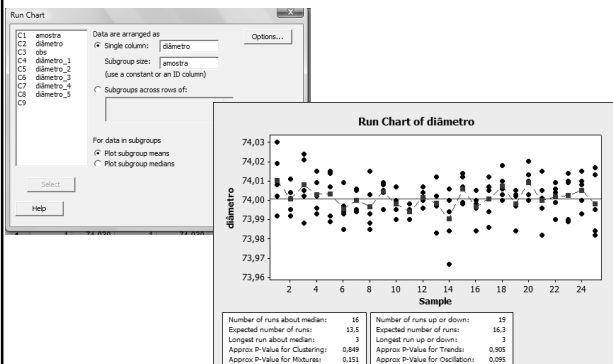
Capacidade de Processo Material Complementar

Exemplo – Pistões

- Anéis de pistão para motores de automóveis produzidos por processo de forja
 - √ Objetivo: Controle estatístico para diâmetro interno dos anéis por cartas Xbarra-R
 - √ Amostras de tamanho 5
 - √ 25 amostras
- Planilha: *BD_CQ_II* / guia: *pistoes*

Run Chart

Stat > Quality Tools > Run Chart →



Estatísticas Descritivas

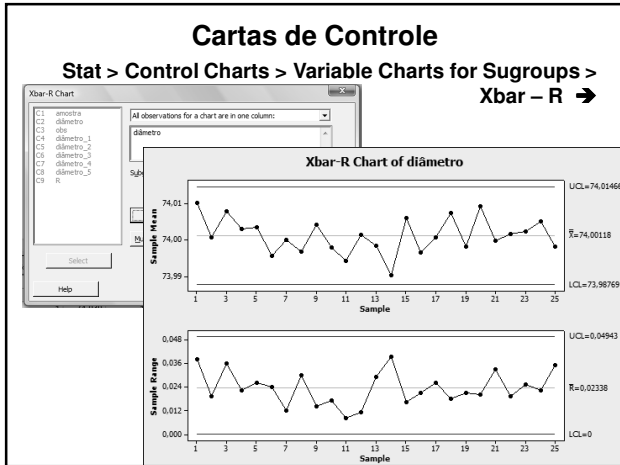
- Média:
mean diametro
- Amplitude
 - √ Por amostra:
describe c2;
range;
by c1.
 - √ Amplitude Média:
 - Criar coluna item (1 a 5)
 - unstack diametro de acordo a item
 - row diametro_1 - diametro_5
 - mean coluna com ranges

Estatísticas Descritivas

- Média global:
√ 74,001
- Amplitude média:
√ 0,023
- Desvio-padrão do processo: $\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0,023}{2,326}$
√ 0,0099

Limites de Controles das Cartas

- Carta R:
 - √ LIC = 0
 - √ LSC = 0,049
$$\begin{matrix} LIC = \bar{R}D_3 \\ LIC = \bar{R}D_4 \end{matrix}$$
- Carta X-barra:
 - √ LIC = 73,988
 - √ LSC = 74,014
$$\begin{matrix} LIC = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} \\ LIC = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} \end{matrix}$$



Fração de Anéis Não-conformes

- Limites de Especificação:
 $\sqrt{74,000 \pm 0,005 \text{ mm}}$
- Fração de anéis não-conformes:

$$p = P\{X < 73,950\} + P\{X > 74,050\}$$
 - √ cdf score;
 - √ normal 74,001 0,0099.
 - √ $p = 0,00002$
 - 20 partes por milhão (ppm)

Capacidade do Processo

- Índice de Capacidade do Processo (C_p):

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad \hat{C}_p = \frac{74,05 - 73,95}{6(0,0099)} = 1,68$$
- Porcentagem da faixa de especificação usada pelo sistema:

$$P = \left(\frac{1}{C_p}\right) 100\% \quad \hat{P} = \left(\frac{1}{\hat{C}_p}\right) 100\% = 59,5\%$$

C_p – Valores Mínimos Recomendados

Table 7-3 Recommended Minimum Values of the Process Capability Ratio

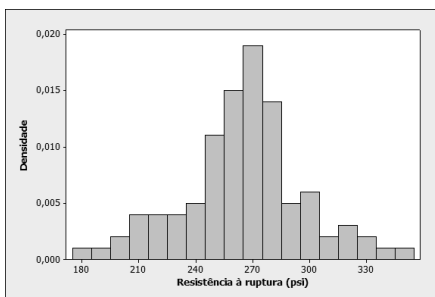
	Two-Sided Specifications	One-Sided Specifications
Existing processes	1.33	1.25
New processes	1.50	1.45
Safety, strength, or critical parameter, existing process	1.50	1.45
Safety, strength, or critical parameter, new process	1.67	1.60

Exemplo – Garrafas

- Resistência a ruptura de garrafas de vidros de 1 litro de refrigerante
 - √ Amostra: 100 garrafas
 - √ Processo considerado como estável
 - √ Planilha: *BD_CQ_II* / guia: *garrafas*

Histograma

Graph > Histogram > Simple →



Estatísticas Descritivas

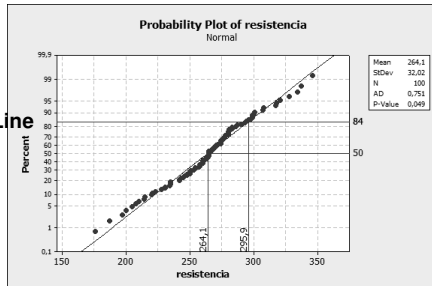
- Média das resistências:
√ 264,06
- Desvio-padrão das resistências:
√ 32,0179
- Capacidade do Processo:
√ $264,06 \pm 3(32,0179) = 264 \pm 96$ psi
- Se aproximadamente normal:
√ 99,73% das garrafas romperão entre 168 e 360

Gráfico de Probabilidade

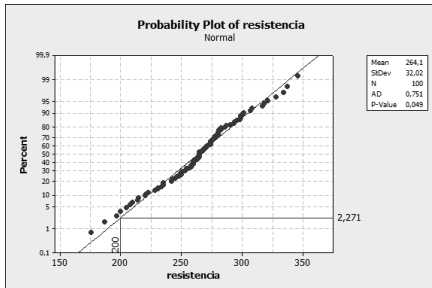
Graph > Histogram > Simple →

$$\begin{aligned} \sigma &= 84^{\circ} \text{ percentil} - 50^{\circ} \text{ percentil} \\ &= 295,9 - 264,1 = 31,80 \end{aligned}$$

Add > Percentile Line



- Se LIE = 200
√ 2,271 % das garrafas romperiam abaixo desse limite



- Se os dados não provêm da distribuição suposta
→ inferências podem apresentar erro sério

Índice de Capacidade do Processo

- Limites de Especificação:

√ LIE = 200 (unilateral)

- Índice de Capacidade:

$$\hat{C}_{pi} = \frac{264,06 - 200}{3(32,0179)} = 0,67$$

- Fração não-conforme: 16.837 ppm

```
MTB > pdf 200;  
SUBC> normal 264,06 32,0179.
```

Probability Density Function

Normal with mean = 264,06 and standard deviation = 32,0179

```
x      f(x )  
200  0,0016837
```

Exercício 1

Suposições Importantes

- A característica de qualidade tem distribuição normal
- O processo está sob controle estatístico
- No caso de especificações bilaterais, a média do processo está centrada entre os limites de especificação superior e inferior

Razões de Capacidade – Processo Descentrado

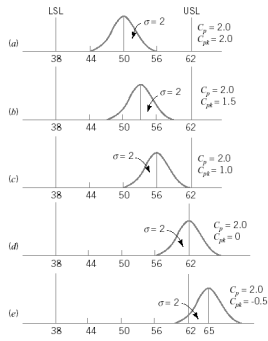


Figure 7-8 Relationship of C_p and C_{pk} .

C_p não considera a centralização do processo

Não é uma medida da **capacidade real** do processo

√ É medida de sua **capacidade potencial**

Exercício 2

Intervalo de Confiança – C_p

$$\hat{C}_p = \frac{LSE - LIE}{6S}$$

$$C_p = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$$

$$\chi_i^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \leq \chi_s^2$$

$$\chi_i^2 = \chi_{\alpha/2, (n-1)}^2 \text{ e } \chi_s^2 = \chi_{(1-\alpha/2), (n-1)}^2$$

$$\sqrt{\frac{\chi_i^2}{(n-1)S^2}} \leq \frac{1}{\sigma} \leq \sqrt{\frac{\chi_s^2}{(n-1)S^2}}$$

$$\hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_i^2}{(n-1)}} \leq C_p \leq \hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_s^2}{(n-1)}}$$

Exemplo

- Processo:
 - √ Especificações: LSE = 62 e LSI = 38
 - √ Amostra: 20
 - √ Estimativa Sigma do processo: 1,75
- Índice Capacidade do Processo: $\hat{C}_p = \frac{62 - 38}{6(1,75)} = 2,29$
- Percentis: $\chi^2 = 8,91$ e $\chi^2 = 32,85$
- Intervalo com 95% de confiança para o C_p :

$$2,29 \sqrt{\frac{8,91}{19}} \leq C_p \leq 2,29 \sqrt{\frac{32,85}{19}} \quad 1,57 \leq C_p \leq 3,01$$

Comentários

- Intervalo amplo (pouco informativo)
- S apresenta flutuação considerável em amostras pequenas ou mesmo moderadamente grandes
- Intervalos de confiança C_p baseados em pequenas amostras serão amplos
- Processo deve estar sob controle estatístico para que C_p tenha significado real
- Se o processo não está sob controle S e R/d_2 podem ser muito diferentes
 - √ Podem levar a valores diferentes de C_p

Exercício 3

Teste de Hipóteses – C_p

- Exemplo motivador:
 - √ Exigência contratual de que fornecedor demonstre a capacidade de seu processo
- Hipóteses:
 - √ $H_0: C_p = C_{p0}$ (ou o processo não é capaz)
 - √ $H_1: C_p > C_{p0}$ (ou o processo é capaz)
- Teste estatístico sob hipótese de normalidade:
 - √ Estatística de teste: \bar{C}_p
 - √ Rejeita-se H_0 se \bar{C}_p estiver acima de valor crítico C

- Tabela de tamanhos amostrais e valores críticos (Kane, 1986)
 - √ C_p (alto): capacidade de um processo que aceitaríamos com probabilidade $1 - \alpha$
 - √ C_p (baixo): capacidade de um processo que rejeitaríamos com probabilidade $1 - \beta$

Exemplo de Uso da Tabela

- Fornecedor deve demonstrar que capacidade do processo supera $C_p = 1,33$
- Hipóteses:
 - √ $H_0: C_p = 1,33$
 - √ $H_1: C_p > 1,33$
- Estruturação do teste:
 - √ C_p (baixo)=1,33 → $P\{\text{detectar } C_p < 1,33\} = 0,90$
 - √ C_p (alto)=1,66 → $P\{\text{julgado capaz } c/ C_p < 1,66\} = 0,90$
 - √ α e $\beta = 0,10$

- Da tabela:

$$\frac{C_p(\text{alto})}{C_p(\text{baixo})} = \frac{1,66}{1,33} = 1,25 \quad \rightarrow \quad n = 70 \quad \text{e} \quad \frac{C}{C_p(\text{baixo})} = 1,10$$

- Determinação valor crítico do teste:

$$C = 1,10 C_p(\text{baixo}) = 1,46$$

- Para demonstrar capacidade, fornecedor deve tomar amostra de 70 itens e C_p amostral deve ser maior que 1,46.

Exercício 4

Análise de Capacidade –Cartas de Controle

- Não são necessárias especificações para estimar parâmetros e estabelecer a estabilidade do processo
- Gráficos Xbarra e R permitem analisar
 - √ Variabilidade instantânea: capacidade do processo a curto prazo
 - √ Variabilidade ao longo do tempo: capacidade do processo a longo prazo
- Auxiliam bastante quando os dados sobre capacidade são coletados em períodos de tempo diferentes

- Estimativas dos parâmetros do processo:

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{x}} = 264.06$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{77.3}{2.326} = 33.23$$

- Especificação unilateral: LIE: 200
- Índice unilateral da capacidade do processo:

$$\hat{C}_{pl} = \frac{\mu - LSL}{3\hat{\sigma}} = \frac{264.06 - 200}{3(33.23)} = 0.64$$

- Processo sob controle, mas operando em nível inadequado

Comentários

- Gráfico de controle pode ser usado como dispositivo de monitoramento ou diário de bordo para mostrar efeito de modificações
- É inseguro analisar capacidade de processos fora de controle

Limites de Especificação sobre Componentes

Fixação de Limites de Especificação

- Estudo da capacidade de processo para fixar especificações sobre componentes que interagem
- Importante em montagens complexas
- Importante para evitar empilhamento de tolerâncias

Combinações Lineares

- Dimensão de um item é combinação linear de dimensões de componentes
- Dimensão de montagem final
$$Y = a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_nX_n$$
- X_i são independentes com distribuição normal:
$$Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$$
$$\mu_Y = \sum_{i=1}^n a_i \mu_i \quad \text{e} \quad \sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_i^2$$
- Se μ_i e σ_i^2 são conhecidos pode-se determinar a fração de itens montados que escapa às especificações

Exemplo – Montagem Final

- Comprimento final de montagem:
$$Y = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$$
- Comprimentos de componentes (polegadas):
 - √ Independentes (máquinas diferentes)
 - √ Distribuição comprimento componentes
$$X_1 \sim N(2,0; 0,0004)$$
$$X_2 \sim N(4,5; 0,0009)$$
$$X_3 \sim N(3,0; 0,0004)$$
$$X_4 \sim N(2,5; 0,0001)$$
- Especificação sistema montado: $12,00 \pm 0,10$

- Média e variância montagem final:

$$\mu_Y = 12,0 \quad e \quad \sigma_Y^2 = 0,0018$$

- Fração da montagem final dentro dos limites de especificação:

$$P\{11,90 \leq Y \leq 12,10\} = 0,981578$$

98,7% das montagens em cadeia estão dentro dos limites de especificação

Exemplo – Montagem

- Determinação dos limites de especificação componentes para que satisfação limites montagem
- Comprimento final de montagem:
 $Y = X_1 + X_2 + X_3$
- Comprimentos de componentes (polegadas):
 - √ Independentes (máquinas diferentes)
 - √ X_1 , X_2 e X_3 : distribuição normal com médias $\mu_1 = 1,00$, $\mu_2 = 3,00$ e $\mu_3 = 2,00$, respectivamente
- Quer-se $C_p = 1,5$ para a montagem final

- C_p equivale a cerca de 7 ppm de defeituosos
- Limites naturais de tolerância para 7 ppm:

$$\mu_Y \pm 4,49\sigma_Y$$

- Desvio-padrão da montagem final

$$\sigma_Y = \frac{0,06}{4,49} = 0,0314 \Rightarrow \sigma_Y \leq 0,0314$$

- Desvio-padrão dos componentes

√ Supondo-os iguais

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_Y^2}{3} = \frac{(0,0314)^2}{3} = 0,00006$$

- Se $\sigma \leq 0,00006$ para cada componente, então os limites naturais de tolerância para a montagem final estarão dentro dos limites de especificação tais que $C_p = 1,50$

$$\begin{aligned} X_1 &: 1 \pm 3\sqrt{0,00006} = 1,00 \pm 0,0232 \\ X_2 &: 3 \pm 3\sqrt{0,00006} = 3,00 \pm 0,0232 \\ X_3 &: 2 \pm 3\sqrt{0,00006} = 2,00 \pm 0,0232 \end{aligned}$$

Exercício 5

Referências

Bibliografia Recomendada

- Montgomery, D. C. (LTC)
Introdução ao Controle Estatístico de Qualidade
- Costa, A. F. B., Epprecht, E. K., Carpinetti, L. C. R. (Atlas)
Controle Estatístico de Qualidade
