

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Controle de Qualidade

Lupércio França Bessegato

Especialização em Estatística



Roteiro da apresentação

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

- 1 Qualidade na empresa
- 2 Fundamentos de CEP
- 3 Gráfico por variáveis
- 4 Capacidade do processo
- 5 Gráficos por atributos
- 6 Gráficos com autocorrelação
- 7 Outras técnicas
- 8 Referências Bibliográficas



Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Inspeção de qualidade

Referências Bibliográficas

Gráfico de Controle por Atributos



Gráficos por atributos

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Inspeção de qualidade

Referências Bibliográficas

Atributos

- São usados em processo que:
 - Produz itens defeituosos mesmo em controle;
 - Produz itens com pequenos defeitos que podem ser sanados;
 - Produz itens com alguns pequenos defeitos não inutilizam o todo.
- Tipos de gráficos:
 - Gráfico de np ;
 - Gráfico de p ;
 - Gráfico de C .
- São muito usados em controle de qualidade de serviços.



Capacidade do processo

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Inspeção de qualidade

Referências Bibliográficas

Gráfico de Controle de np



Gráficos por atributos

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Inspeção de qualidade

Referências Bibliográficas

Exemplo

Monitoramento de qualidade de serviço em um restaurante

- Pesquisa diária com 200 clientes sobre o grau de satisfação (BOM/RUIM) para 3 características de qualidade:
 - Comida;
 - Atendimento;
 - Limpeza.



Capítulo 8: Gráficos de Controle por Atributos

8.1 Gráfico de controle de np

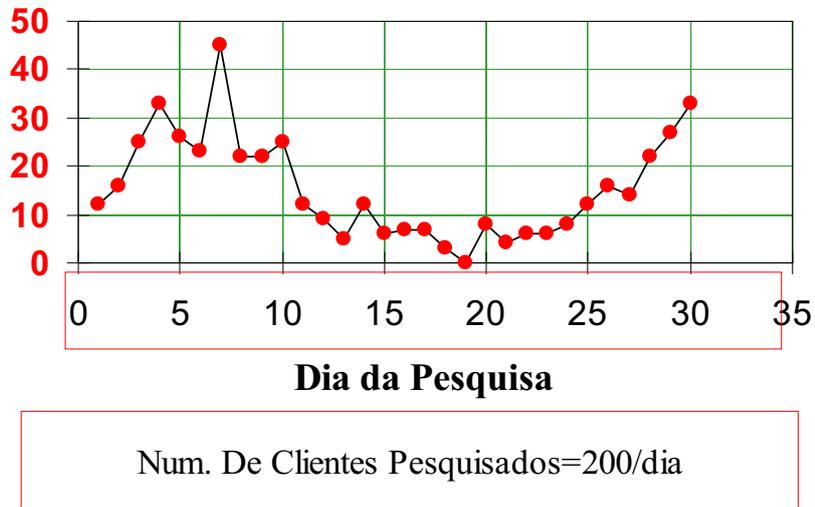


Figura 8.1: Número de Clientes Insatisfeitos com a Comida

Capítulo 8

8.1 Gráfico de controle de np

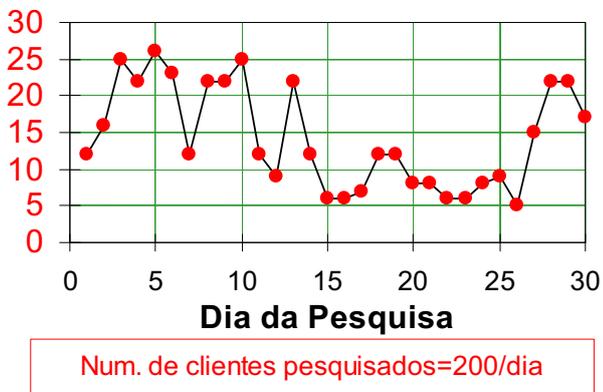


Figura 8.2: Número de Clientes Insatisfeitos com o Atendimento



Figura 8.3: Número de Clientes Insatisfeitos com a Limpeza

Capítulo 8

Análise dos Gráficos

- Comida: Qualidade deixou a desejar nos 10 dias iniciais, equilibrou-se e piorou gradualmente a partir do 21º dia;
- Atendimento: Entre o 15º e o 26º diminuiu a quantidade de clientes insatisfeitos
- Limpeza: Aparenta sazonalidade (a cada 5 dias há redução na quantidade de insatisfeitos).

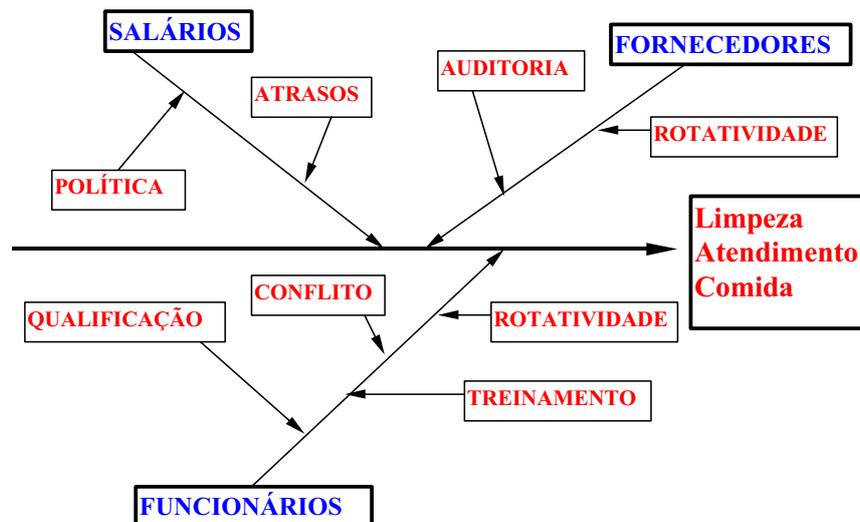


Figura 8.4: Diagrama de Causa e Efeito- Restaurante F&F

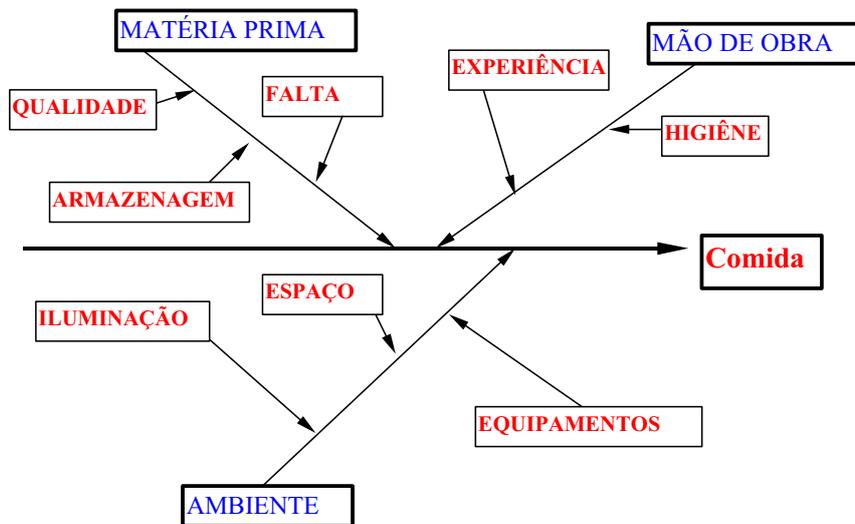


Figura 8.5: Diagrama de Causa e Efeito- Restaurante F&F- Quesito Comida

Tabela 8.1: Lista de Verificação

Causa Especial	Medida de Prevenção
Surgimento de insetos	Dedetização periódica
Falta de qualidade na matéria prima	Auditoria nos fornecedores
Conflitos internos	Treinamento voltado para o trabalho em equipe

8.1.1 Construção do Gráfico de controle de np

Tabela 8.2: Número de Clientes Insatisfeitos com a Comida

Dia da Pesquisa	Número de Clientes Insatisfeitos	Dia	NCI	Dia	NCI	Dia	NCI
1	2	9	0	17	5	25	0
2	0	10	3	18	3	26	2
3	2	11	2	19	3	27	2
4	0	12	2	20	4	28	1
5	5	13	1	21	0	29	3
6	4	14	2	22	2	30	1
7	3	15	4	23	3	subtotal 9	
8	0	16	1	24	0	total 60	
subtotal 16		15		20		clientes pesquisados: 6000	

Capítulo 8

8.1.1 Construção do Gráfico de controle de np

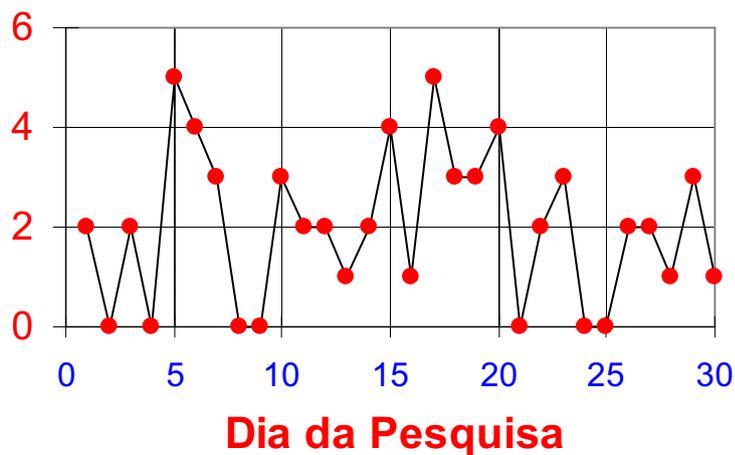


Figura 8.6: Número de Clientes Insatisfeitos

Capítulo 8

Gráficos por atributos

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Inspeção de qualidade

Referências Bibliográficas

Parâmetro do Gráfico np

- Estimador do parâmetro:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^M D_i}{Mn}$$

- Em que:

\bar{p} : estimativa da probabilidade de defeituosos (p)

D_i : Quantidade de defeituosos na i -ésima amostra

M : Quantidade de amostras

n : Tamanho da amostra

- Se M é grande ($M \geq 30$), então \bar{p} estará próximo de p .



Gráficos por atributos

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Inspeção de qualidade

Referências Bibliográficas

Construção do Gráfico np

- D : Quantidade de defeituosos (clientes insatisfeitos), então:

$$D \sim \text{binomial}(n, p)$$

$$P\{D = d\} = \binom{n}{d} p^d (1-p)^{n-d}$$

Os resultados devem ser independentes

(Opinião de um cliente não pode interferir na opinião de outro).

- Parâmetros de D :

$$\mu_D = np$$

$$\sigma_D = \sqrt{np(1-p)}$$



Limites 3σ

- São dados por:

$$LSC_{np} = np_0 + 3\sqrt{np_0(1-p_0)}$$

$$LM_{np} = np_0$$

$$LIC_{np} = np_0 - 3\sqrt{np_0(1-p_0)}$$

- p_0 : valor de p para processo em controle (se for desconhecido, adota-se \bar{p})
- Se $LIC_{np} < 0$, adota-se $LIC_{np} = 0$



8.1.1 Construção do Gráfico de controle de np



Figura 8.7: Gráfico de controle de np Construído com os Dados da Tabela 8.2

Gráficos por atributos

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Inspeção de qualidade

Referências Bibliográficas

Análise de Desempenho do Gráfico de np

- Hipóteses associadas:

$$H_0 : p = p_0 \text{ vs } H_1 : p \neq p_0$$

- Se o interesse é identificar causas especiais para eliminação, usa-se hipótese unilateral; caso se queira identificar as causas benéficas, usa-se hipótese bilateral

- Riscos:

$$\alpha = 1 - P \{ LIC \leq D \leq LSC | p = p_0 \}$$

$$\beta = P \{ LIC \leq D \leq LSC | p = p_1 \}$$

- O emprego de limites 3σ leva a limites demasiado estreitos, gerando alarmes falsos com uma frequência maior que a “nominal” ($\alpha = 0,0027$).



Gráficos por atributos

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Inspeção de qualidade

Referências Bibliográficas

Cálculo de Probabilidades para o Gráfico de np

- As probabilidades podem ser calculadas pela binomial ou aproximadas pela Poisson, nos casos em que $p \leq 0,10$ e $n \geq 50$;
- Para a aproximação pela Poisson usa-se a Tabela C, em que:

$$P \{ D \leq d | \lambda \} = \sum_{x=0}^d \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$



Cálculo de α e β

- No caso em que $LSC = 3,98$ e $n = 100$, então:

$$\begin{aligned}\alpha &= 1 - P\{D \leq 3 | \lambda = 1\} = 1 - 0,9810 \\ &= 0,019\end{aligned}$$

$$NMAF = 52,6$$

- Nesta situação, para $p_1 = 0,02$, teremos:

$$\begin{aligned}\beta &= P\{D \leq 3 | \lambda = 2\} \\ &= 0,857\end{aligned}$$

- Tomando $LSC = 4,50$ para reduzir α , temos:

$$\begin{aligned}\alpha &= 1 - P\{D \leq 4 | \lambda = 1\} = 1 - 0,963 \\ &= 0,037\end{aligned}$$

$$NMAF = 270,27$$



8.1.2 Análise de Sensibilidade do Gráfico de controle de np

$$H_0 : p = 0,01 \quad (8.11) \quad \alpha = 1 - Pr[LIC \leq D \leq LSC | p = p_0]$$

$$H_1 : p \neq 0,01 \quad (8.12) \quad \beta = Pr[LIC \leq D \leq LSC | p = p_1]$$

Tabela 8.3: Valores de α e β para $n=100$ e $LSC=3,98$

p	np	Pr[D ≤ 3]	α	β
0,01	1	0,981	0,019	_____
0,02	2	0,857	_____	0,857
0,03	3	0,647	_____	0,647
0,05	5	0,265	_____	0,265
0,10	10	0,01	_____	0,01

8.1.2 Análise de Sensibilidade do Gráfico de controle de np

Tabela 8.3: Valores de α e β para $n=100$ e $LSC=3,98$

p	np	Pr[D ≤ 3]	α	β
0,01	1	0,981	0,019	-----
0,02	2	0,857	-----	0,857
0,10	10	0,01	-----	0,01

Tabela C: Distribuição de Poisson Acumulada

d ↓	$\lambda \rightarrow$	1,90	2,00	2,20
0		0,1496	0,1353	0,1108
1		0,4337	0,4060	0,3546
2		0,7037	0,6767	0,6227
3		0,8747	0,8571	0,8194
4		0,9559	0,9473	0,9275

Capítulo 8

8.1.2 Análise de Sensibilidade do Gráfico de controle de np

Tabela 8.3: Valores de α e β para $n=100$ e $LSC=3,98$

p	np	Pr[D ≤ 3]	α	β
0,01	1	0,981	0,019	-----
0,02	2	0,857	-----	0,857
0,03	3	0,647	-----	0,647
0,05	5	0,265	---	0,265

Tabela 8.4: Valores de α e β para $n=100$ e $LSC=4,50$

p	np	Pr[D ≤ 4]	α	β
0,01	1	0,996	0,004	
0,02	2	0,947	-----	0,947
0,03	3	0,815	-----	0,815
0,05	5	0,440	-----	0,440

Capítulo 8

8.1.2 Análise de Sensibilidade do Gráfico de controle de np

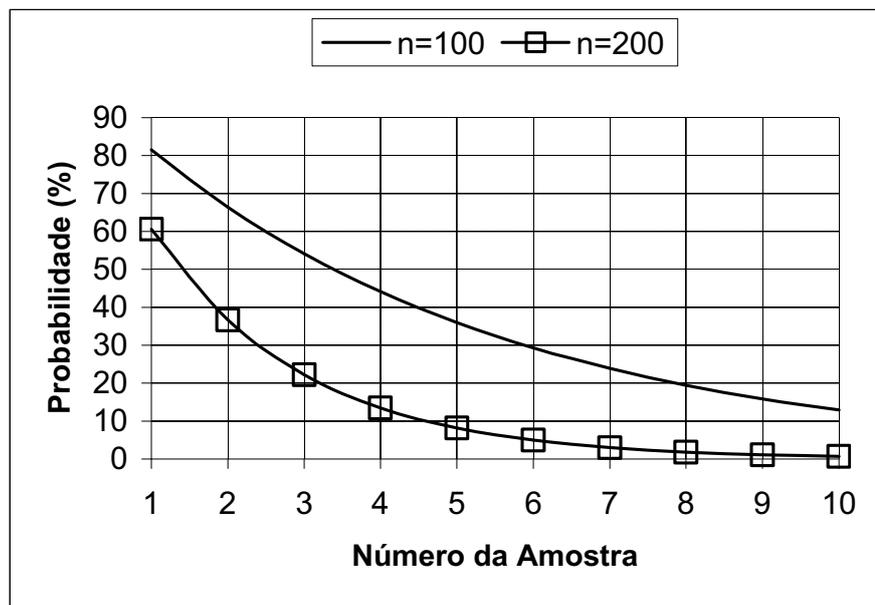


Figura 8.9: Curva de Probabilidades de Não-Detecção ($p=3\%$)

Capítulo 8

Gráficos por atributos

Determinação do Gráfico para α e β Fixos

- Supondo-se $LIC = 0$ e $d = \lfloor LSC \rfloor$, temos:

$$1 - \alpha = 1 - P \{ D \leq LSC | p = p_0 \}$$

$$= \sum_{j=0}^d \binom{n}{j} p_0^j (1 - p_0)^{n-j}$$

$$\beta = P \{ D \leq LSC | p = p_1 \}$$

$$= \sum_{j=0}^d \binom{n}{j} p_1^j (1 - p_1)^{n-j}$$

- Para α e β não exceder os valores especificados, devem-se utilizar um tamanho amostral (n) e um LSC que satisfaçam simultaneamente as duas equações.

A solução não é trivial.

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Inspeção de qualidade

Referências Bibliográficas

Roteiro para Solução Analítica

- Dados α e β , cálculos efetuados através da Poisson acumulada:
 - Escolher um valor inicial para d (d_0);
 - Procurar p_{ac}^0 , tal que $p_{ac}^0 \geq 1 - \alpha$ e ler o valor de λ correspondente (λ_0);
 - Calcular $n = \frac{\lambda_0}{p_0}$;
 - Calcular $\lambda_1 = np_1$;
 - Procurar p_{ac}^1 para λ_1 e d_0 ;
 - Se $p_{ac}^1 = \beta$ ou pouco menor, a solução foi encontrada;
Se $p_{ac}^1 > \beta$, aumente d_0 e reinicie;
Se $p_{ac}^1 \ll \beta$, diminua d_0 e reinicie.
 - Encontrada a solução, usar $LSC = d_0 + 0,5$
- Este algoritmo nem sempre leva a uma solução ótima, mas sempre leva a uma boa solução LSC da solução ótima, mas a um n um pouco maior.



8.1.3 Determinação dos Parâmetros do Gráfico de controle de np que levam a valores para α e β especificados

$$1 - \alpha = \Pr[D \leq LSC \mid p = p_0] = \sum_{j=0}^{\lfloor LSC \rfloor} \binom{n}{j} p_0^j (1 - p_0)^{n-j} \quad (8.13)$$

$$\beta = \Pr[D \leq LSC \mid p = p_1] = \sum_{j=0}^{\lfloor LSC \rfloor} \binom{n}{j} p_1^j (1 - p_1)^{n-j} \quad (8.14)$$

$$p_0=0,01; \alpha \leq 0,002;$$

$$p_1=0,05; \beta \leq 0,50$$

$$LSC=?$$

$$n=?$$

8.1.3 Determinação dos Parâmetros do Gráfico de Controle de np que levam a valores para α e β especificados

$p_0=0,01; \alpha \leq 0,002;$

$p_1=0,05; \beta \leq 0,50$

d	$P_{ac}^0 (= \alpha)$	$\lambda_0=np_0$	n	$\lambda_1=np_1$
3	0,9982	0,50	50	2,50

Tabela C: Distribuição de Poisson Acumulada

d↓ λ→	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60
0	0,7788	0,7408	0,7047	0,6703	0,6376	0,6065	0,5769	0,5488
1	0,9735	0,9631	0,9513	0,9384	0,9246	0,9098	0,8943	0,8781
2	0,9978	0,9964	0,9945	0,9921	0,9891	0,9856	0,9815	0,9769
3	0,9999	0,9997	0,9995	0,9992	0,9988	0,9982	0,9975	0,9966
4	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9998	0,9997	0,9996
5				1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Capítulo 8

8.1.3 Determinação dos Parâmetros do Gráfico de Controle de np que levam a valores para α e β especificados

$p_0=0,01; \alpha \leq 0,002;$

$p_1=0,05; \beta \leq 0,50$

d	$\lambda_1=np_1$	$P_{ac}^1 (= \beta)$
3	2,50	<i>entre 0,7360 e 0,7787 (>0.5)</i>

Tabela C: Distribuição de Poisson Acumulada

d↓ λ→	1,90	2,00	2,20	2,40	2,60	2,80
2	0,7037	0,6767	0,6227	0,5697	0,5184	0,4695
3	0,8747	0,8571	0,8194	0,7787	0,7360	0,6919
4	0,9559	0,9473	0,9275	0,9041	0,8774	0,8477

Capítulo 8

8.1.3 Determinação dos Parâmetros do Gráfico de Controle de np que levam a valores para α e β especificados

$p_0=0,01; \alpha \leq 0,002;$

$p_1=0,05; \beta \leq 0,50$

Tabela 8.6: Determinação dos Parâmetros do Gráfico de np pelo algoritmo que utiliza a tabela da distribuição de Poisson

d	$P_{ac}^0 (= \alpha)$	λ_0	n	$\lambda_1 = np_1$	$P_{ac}^1 (= \beta)$
3	0,9982	0,50	50	2,50	entre 0,7360 e 0,7787 (>0.5)
4	0,9982	0,85	85	4,25	entre 0,5512 e 0,5898 (>0.5)
5	0,9985	1,20	120	6,00	0,4457 (<0,5 \Rightarrow solução)

$LSC=5,5$

$n=120$

8.1.3 Determinação dos Parâmetros do Gráfico de Controle de np que levam a valores para α e β especificados

Planilha do Excel

n=	50										
	po= 0,010		p1= 0,050								
	alfa= 0,002		beta= 0,500								
d=	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
alfa				0,002	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
beta	0,077	0,279									

8.1.3 Determinação dos Parâmetros do Gráfico de Controle de np que levam a valores para α e β especificados

Planilha do Excel

n=	113											
	po=	0,010		p1=	0,050							
	alfa=	0,002		beta=	0,500							
d=	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
alfa						0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
beta	0,003	0,021	0,074	0,178	0,328							

Capítulo 8

8.1.3 Determinação dos Parâmetros do Gráfico de Controle de np que levam a valores para α e β especificados

Planilha do Excel

n=	114											
	po=	0,010		p1=	0,050							
	alfa=	0,002		beta=	0,500							
d=	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
alfa						0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
beta	0,003	0,020	0,072	0,173	0,321	0,492						

Capítulo 8

Gráficos por atributos

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Gráfico de Controle de p



Gráficos por atributos

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Construção do Gráfico de Controle de p

- Plotam-se as frações de defeituosos de cada amostra de tamanho n , ou seja, D/n ;
- Limites de Controle:
Dividir por n os limites do gráfico de np ;
- Limites 3σ :

$$LSC_p = p_0 + 3\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$$

$$LM_p = p_0$$

$$LIC_p = p_0 - 3\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$$



Gráficos por atributos

Variação do Tamanho Amostral

- Quando n varia, o gráfico apresentará vários limites de controle;
- Se a variação for pequena, pode-se adotar os limites baseados na maior amostra. Sempre que um ponto cair na região de ação do gráfico, compara-se então com o limite exato (considerar o n da amostra que gerou o ponto);
- Quando p_0 é desconhecido, usamos como estimador:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^M D_i}{\sum_{i=1}^M n_i}$$

em que:

n_i : tamanho da i -ésima amostra

D_i : quantidade de defeituosos da i -ésima amostra



Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Gráficos por atributos

Exemplo

- Processo que quando isento de causa especiais produz 5% de defeituosos;
- Amostras de tamanhos variáveis;
- Cálculo do limite de controle superior:

$$LSC_p = 0,05 + 3\sqrt{\frac{0,05(1 - 0,05)}{n}}$$

Amostra	n_i	D_i	\hat{p}	LIC_p	LSC_p
1	200	8	0,0400	0,0038	0,0962
2	240	13	0,0542	0,0078	0,0922
3	220	8	0,0364	0,0059	0,0941
4	240	12	0,0500	0,0078	0,0922
5	200	19	0,0950	0,0038	0,0962



Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Gráficos por atributos

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Gráfico de Controle de C



Gráficos por atributos

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Gráfico de Controle de C

Também conhecido como gráfico do número de defeitos ou do número de não-conformidades

- Monitora o número de não-conformidades na amostra;
- Em produtos com muitos componentes pode-se monitorar o processo pelo número de não-conformidades (a frequência média de defeitos é medida de qualidade);
- Consideramos *unidade de inspeção* a quantidade básica de produto em que a frequência de defeitos é expressa
- Tamanho amostral n está condicionada ao custo, poder desejado, etc. n não é obrigatoriamente inteiro.



Gráficos por atributos

Característica de Qualidade

- Se o processo estiver em controle, espera-se que as não-conformidades ocorram de maneira aleatória e com baixa frequência.
- Se C : quantidade de não-conformidades por unidade de inspeção, espera-se que $C \sim Poisson(\lambda)$, em que λ é a média de não-conformidades na quantidade de produto considerada, ou seja:

$$P\{C = c\} = \frac{e^{-\lambda} \lambda^c}{c!}$$

- Requisitos para se considerar uma Poisson:
 - independência na ocorrência de não-conformidades;
 - evento raro associado à não-conformidade, com uma infinidade de chances de ocorrências.



Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Gráficos por atributos

Construção do Gráfico

- Parâmetros de C :

$$\mu_C = \sigma_C^2 = \lambda,$$

com λ : média de não-conformidades por amostra

- Limites 3σ :

$$LSC_C = \lambda_0 + 3\sqrt{\lambda_0}$$

$$LM_p = \lambda_0$$

$$LIC_p = \lambda_0 - 3\sqrt{\lambda_0}$$



Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Gráficos por atributos

Estimativa dos Parâmetros

- Quantidades amostrais:
 - u : número médio de não-conformidades por unidade de inspeção;
 - n : quantidade de unidades de inspeção na amostra
 - λ : média de não-conformidades por amostra, com $\lambda = nu$
- Se $\lambda_0 = nu_0$ é desconhecido, então \bar{u} estima u_0 com:

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^m C_i}{mn}, \text{ e}$$

$$\bar{C} = n\bar{u} \text{ estima } \lambda_0$$

Gráficos por atributos

Limites 3σ

- Os limites 3σ serão dados por:

$$LSC_C = \bar{C} + 3\sqrt{\bar{C}}$$

$$LM_C = \bar{C}$$

$$LIC_C = \bar{C} - 3\sqrt{\bar{C}}$$

Gráficos por atributos

Exemplo

- Não conformidades em 40 amostras de 5 geladeiras;

Amostra	C_i	Amostra	C_i	Amostra	C_i	Amostra	C_i
1	2	11	5	21	1	31	5
2	4	12	4	22	5	32	1
3	2	13	2	23	2	33	2
4	0	14	4	24	6	34	1
5	3	15	5	25	3	35	6
6	1	16	1	26	2	36	2
7	2	17	1	27	3	37	1
8	4	18	1	28	0	38	2
9	2	19	1	29	3	39	4
10	2	20	3	30	1	40	1



Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Gráficos por atributos

- Unidade de inspeção: 1 geladeira
Tamanho amostral: $n = 5$
- Quantidade de defeitos em 40 amostras ($m = 40$):

$$\sum_{i=1}^{40} C_i = 100$$

- \bar{u} : número médio de não conformidades por unidade de inspeção

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^m C_i}{mn} = 0,5$$

- \bar{c} : número médio de não conformidades por amostra

$$\bar{c} = n\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^m C_i}{m} = 2,5$$



Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

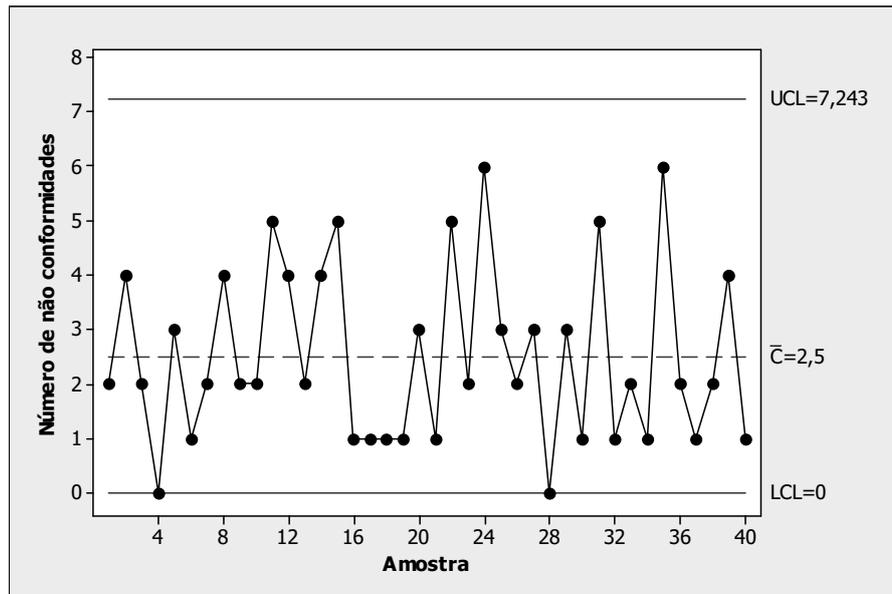
Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Gráfico de controle para número de não-conformidades na amostra



$$LSC_C = 2,5 + 3\sqrt{2,5} = 7,243$$

$$LIC_C = 0$$

Gráficos por atributos

Comentários

- No gráfico verificamos que o processo permaneceu em controle (todos os pontos dentro dos limites);
- Hipóteses: $H_0 : u = 0,5$ vs $H_1 : u \neq 0,5$, com $n = 5$ e $LSC = 2,5 + 3\sqrt{2,5} = 7,24$;
- Distribuição das não-conformidades:

$$C_i \sim \text{Poisson}(\lambda_0), \lambda_0 = 5 \times 0,5 = 2,5$$

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Gráficos por atributos

Cálculo do Risco α

- Para $LSC = 7,24$ e $\lambda_0 = 2,5$:

$$\begin{aligned}\alpha &= 1 - P\{C_i \leq 7 | \lambda_0 = 2,5\} = 1 - 0,99957 \\ &= 0,0043\end{aligned}$$

- Risco α para gráficos C , com $u_0 = 5$;

n	$\lambda_0 = nu_0$	$LSC = \lambda_0 + 3\sqrt{\lambda_0}$	$\alpha(\%)$
1	0,5	2,62	1,5
5	2,5	7,24	0,4
10	5,0	11,70	0,5



Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráfico por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Gráficos com autocorrelação
Outras técnicas
Referências Bibliográficas

Gráficos por atributos

Cálculo do Poder Pd

- Para $u_1 = 2$, tem-se que $\lambda_1 = 2 \times 5 = 10$ e o poder Pd será:

$$\begin{aligned}Pd &= P\{C_i > 7 | \lambda_1 = 10\} \\ &= 1 - 0,2202 = 0,7798\end{aligned}$$

- Poder para gráficos C , com $u_0 = 5$;

	$n = 1$		$n = 5$		$n = 10$	
	$LSC_C = 2,62$		$LSC_C = 7,24$		$LSC_C = 11,70$	
u_1	λ_1	$P\{C > 2\}$	λ_1	$P\{C > 7\}$	λ_1	$P\{C > 11\}$
1	1	0,081	5	0,134	10	0,304
1,5	1,5	0,192	7,5	0,476	15	0,816
2	2	0,324	10	0,780	20	0,979



Qualidade na empresa
Fundamentos de CEP
Gráfico por variáveis
Capacidade do processo
Gráficos por atributos
Gráficos com autocorrelação
Outras técnicas
Referências Bibliográficas

Gráficos por atributos

Roteiro para Solução Analítica

- Dados α e β , cálculos efetuados através da Poisson acumulada:
 - Arbitre um valor para n e calcule $\lambda_0 = nu_0$;
 - Procurar p_{ac}^0 , tal que $p_{ac}^0 \geq 1 - \alpha$ e ler o valor de d_0 correspondente;
 - Calcular $\lambda_1 = nu_1$;
 - Procurar p_{ac}^1 para λ_1 e d_0 ;
 - Se $p_{ac}^1 = \beta$ ou pouco menor, a solução foi encontrada;
Se $p_{ac}^1 > \beta$, aumente d_0 e reinicie;
Se $p_{ac}^1 \ll \beta$, diminua n e reinicie.
 - Encontrada a solução, usar $LSC = d_0 + 0,5$
- Este algoritmo nem sempre leva a uma solução ótima, mas sempre leva a uma boa solução LSC da solução ótima, mas a um n um pouco maior.



Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Planejamento de Gráfico C

- Processo sob controle com média de não-conformidades por unidade de inspeção dada por $u_0 = 0,5$;
- Problema: Determinação do tamanho amostral (n) e do Limite Superior de Controle (LSC_C) de gráfico para monitoramento da quantidade de não-conformidades C;
- Requisitos:
 - Risco $\alpha = 0,2\%$
 - Poder $Pd = 1 - \beta = 0,50$ para detectar mudança do nível de não-conformidade por unidade de inspeção para $u_1 = 2,0$.



Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Gráficos por atributos

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Passo 1

- Adotando $n = 2$;
- $\lambda_0 = 2 \times 0,5 = 1$;
- $p_{ac}^0 = P \{C_i \leq 5 | \lambda_0 = 1\} = 0,999 > 0,998$;
- $\lambda_1 = n \times u_1 = 2 \times 2 = 4$;
- $p_{ac}^1 = P \{C_i \leq 5 | \lambda_1 = 4\} = 0,785$;
- $p_{ac}^1 > \beta$, adotar $n = 3$;



Gráficos por atributos

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Passo 2

- Adotando $n = 3$;
- $\lambda_0 = 3 \times 0,5 = 1,5$;
- $p_{ac}^0 = P \{C_i \leq 6 | \lambda_0 = 1\} = 0,999 > 0,998$;
- $\lambda_1 = 3 \times 2 = 6$;
- $p_{ac}^1 = P \{C_i \leq 6 | \lambda_1 = 6\} = 0,606$;
- $p_{ac}^1 > \beta$, adotar $n = 4$;



Gráficos por atributos

Passo 3

- Adotando $n = 4$;
- $\lambda_0 = 4 \times 0,5 = 2$;
- $p_{ac}^0 = P \{C_i \leq 7 | \lambda_0 = 2\} = 0,999 > 0,998$;
- $\lambda_1 = 4 \times 2 = 8$;
- $p_{ac}^1 = P \{C_i \leq 7 | \lambda_1 = 8\} = 0,453$;
- $p_{ac}^1 < \beta$, solução encontrada;
- Solução:
 - $n = 4$;
 - $LSC_C = 7,5$.



Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Gráficos por atributos

Determinação dos Parâmetros do Gráfico de C

n	$\lambda_0 = nu_0$	d_0	$\lambda_1 = nu_1$	p_{ac}^1
2	1	5	4	$> 50\%$
3	1,5	6	6	$> 50\%$
4	2	7	8	$< 50\%$

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas



Gráficos por atributos

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Gráfico de Controle de u Número de não-conformidades por unidade de inspeção (para amostras de tamanho variável)

- Os pontos do gráfico serão dados por:

$$u_i = \frac{C_i}{n_i}$$

- Parâmetros da distribuição de u_i (em controle):

$$E(u_i) = E\left(\frac{C_i}{n_i}\right) = u_0$$

$$Var(u_i) = Var\left(\frac{C_i}{n_i}\right) = \frac{E(C_i)}{n_i}$$

$$\sigma(u_i) = \sqrt{\frac{u_0}{n_i}}$$



Gráficos por atributos

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Construção do Gráfico

- Limites 3σ :

$$LSC_u = u_0 + 3\sqrt{\frac{u_0}{n_i}}$$

$$LM_u = u_0$$

$$LIC_u = u_0 - 3\sqrt{\frac{u_0}{n_i}}$$

- LM é fixo e os limites variam de acordo com o tamanho da amostra;
- O valor de u_0 é estimado com base em M amostras iniciais de tamanho variável:

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^M C_i}{\sum_{i=1}^M n_i}$$



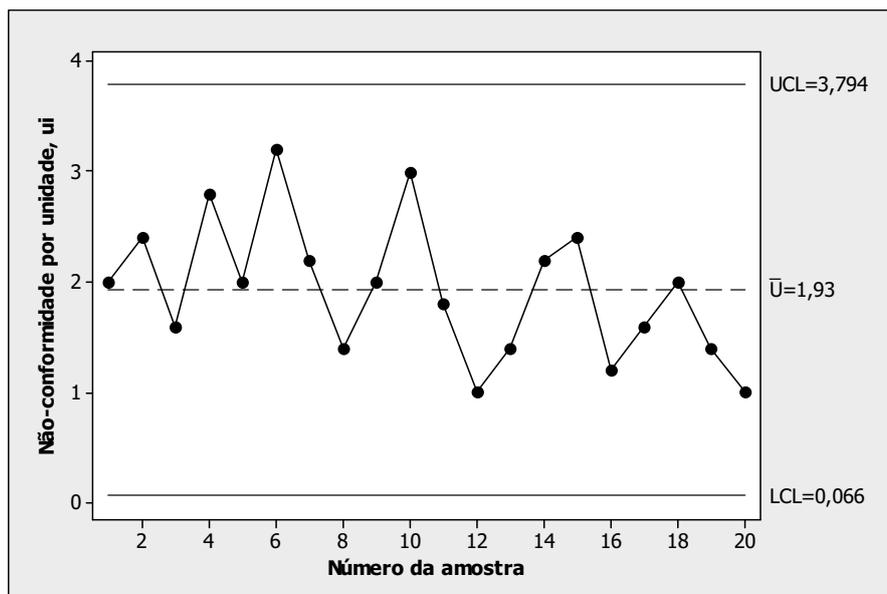
Exemplo – Fabricação de PCs

- Gráfico de controle para não-conformidades para PCs
 - Inspeção de produto acabado, com 20 amostras de 5 computadores

Número da amostra	Tamanho amostral	Qte. Defeitos por amostra (C_i)	Média defeitos por unidade (u_i)
1	5	10	2,00
2	5	12	2,40
3	5	8	1,60
4	5	14	2,80
5	5	10	2,00
6	5	16	3,20
7	5	11	2,20
8	5	7	1,40
9	5	10	2,00
10	5	15	3,00
11	5	9	1,80
12	5	5	1,00
13	5	7	1,40
14	5	11	2,20
15	5	12	2,40
16	5	6	1,20
17	5	8	1,60
18	5	10	2,00
19	5	7	1,40
20	5	5	1,00
Total	100	193	1,93

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^{20} C_i}{\sum_{i=1}^{20} n_i} = \frac{193}{100} = 1,93$$

Gráfico de Controle para Não-conformidade por Unidade



$$LSC_u = 1,93 + 3\sqrt{\frac{1,93}{5}} = 3,794$$

$$LIC_{Cu} = 1,93 - 3\sqrt{\frac{1,93}{5}} = 0,066$$

Procedimento para Amostras de Tamanho Variável

- Os gráficos de controle para não-conformidades são formados ocasionalmente através de inspeção de 100% do produto;
 - A quantidade de unidades de inspeção de uma amostra será, usualmente, não-constante;
- Neste caso o correto é usar gráfico de controle por unidade
 - Linha central constante;
 - Limites de controle variando inversamente com \sqrt{n} .



Exemplo – Defeitos em Tecido Tingido

- Gráfico de controle para não-conformidades em fabricação de tecido
 - Inspeção procurando defeitos em 50 m² de tecido tingido

Número do rolo	Área do rolo (m ²)	Qte. Defeitos por amostra (C _i)	Qte. unidades de inspeção por rolo	Média defeitos por unidade (u _i)
1	500	14	10,0	1,40
2	400	12	8,0	1,50
3	650	20	13,0	1,54
4	500	11	10,0	1,10
5	475	7	9,5	0,74
6	500	10	10,0	1,00
7	600	21	12,0	1,75
8	525	16	10,5	1,52
9	600	19	12,0	1,58
10	625	23	12,5	1,84
Total	5.375	153	107,5	1,42

Unidade de inspeção: áreas de 50 m²

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^{20} C_i}{\sum_{i=1}^{20} n_i} = \frac{153}{107,5} = 1,423$$

Gráficos por atributos

Cálculo dos Limites de Controle

Número do Rolo, i	n_i	LIC_u $\bar{u} - 3\sqrt{\bar{u}/n}$	LSC_u $\bar{u} + 3\sqrt{\bar{u}/n}$
1	10,0	0,29	2,55
2	8,0	0,16	2,68
3	13,0	0,43	2,41
4	10,0	0,29	2,55
5	9,5	0,26	2,58
6	10,0	0,29	2,55
7	12,0	0,39	2,45
8	10,5	0,32	2,52
9	12,0	0,39	2,45
10	12,5	0,41	2,43

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas



Gráfico de Controle para Não-conformidade por Unidade Tamanho Variável da Amostra

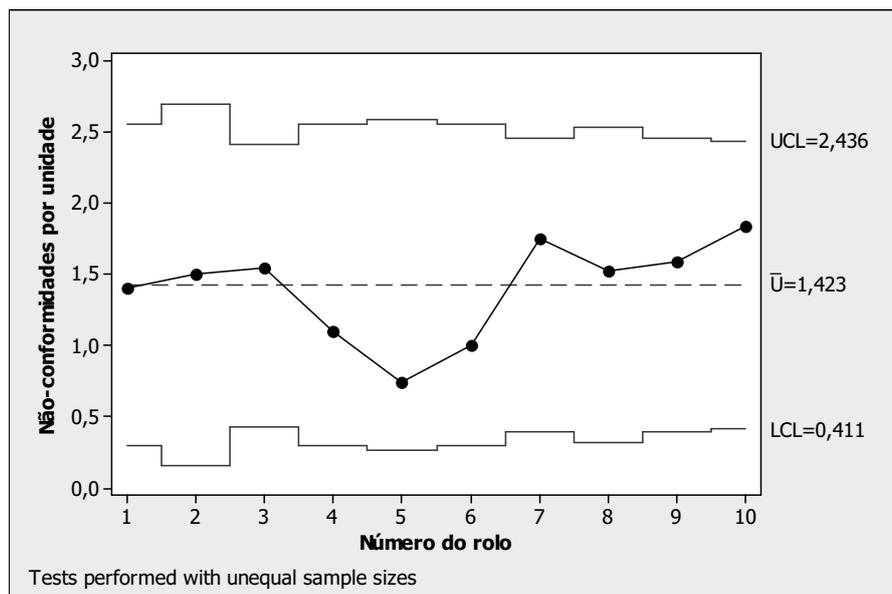


Gráfico de Controle Padronizado

- Estatística padronizada:

$$Z_i = \frac{u_i - \bar{u}}{\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}}$$

- São dados por:

$$LSC_Z = 3$$

$$LM_Z = 0$$

$$LIC_Z = -3$$

Cálculo dos Escores

$$Z_i = \frac{u_i - \bar{u}}{\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}}$$

Número do rolo	Qte. unidades de inspeção por rolo (n_i)	Média defeitos por unidade (u_i)	Desvio-padrão por amostra	Escore z_i
1	10,0	1,40	0,377	-0,062
2	8,0	1,50	0,422	0,182
3	13,0	1,54	0,331	0,348
4	10,0	1,10	0,377	-0,857
5	9,5	0,74	0,387	-1,773
6	10,0	1,00	0,377	-1,122
7	12,0	1,75	0,344	0,949
8	10,5	1,52	0,368	0,273
9	12,0	1,58	0,344	0,465
10	12,5	1,84	0,337	1,235

Média global: 1,423

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Inspeção de qualidade

Referências Bibliográficas

Controle de Qualidade

Lupércio França Bessegato

Especialização em Estatística