

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Controle de Qualidade

Lupércio França Bessegato

Especialização em Estatística



Roteiro da apresentação

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

- 1 Qualidade na empresa
- 2 Fundamentos de CEP
- 3 Gráfico por variáveis
- 4 Capacidade do processo
- 5 Gráficos por atributos
- 6 Gráficos com autocorrelação
- 7 Outras técnicas
- 8 Referências Bibliográficas



Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Gráfico de Controle de CUSUM e de EMWA



Monitoramento da Média

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

- Além da simplicidade, os gráficos de Shewhart são imbatíveis para detecção de grandes desvios da média do processo, ou de aumentos significativos da variância;
- Entretanto, perdem eficiência em processos mais robustos (interferência menos profunda de causas especiais);
- Em processos sujeitos a pequenas perturbações, são indicados gráficos em que a decisão é baseada em diversas amostras e não apenas na última delas. São eles:
 - gráfico de controle de somas acumuladas
 - gráfico de controle de média móvel exponencialmente ponderada (EMWA)



Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Gráfico de Controle de CUSUM



Características do Gráfico

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

- Usa informações acumuladas dos desvios de \bar{X} , através de:

$$S_i = \sum_{j=1}^i (\bar{X}_j - \mu_0),$$

onde \bar{X}_j : média da j-ésima amostra.

- Comportamento:
 - enquanto a μ permanecer ajustada, S_i oscilará aleatoriamente em torno de 0;
 - Se μ deslocar, a estatística S_i crescerá (ou decrescerá) indefinidamente.



Exemplo

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

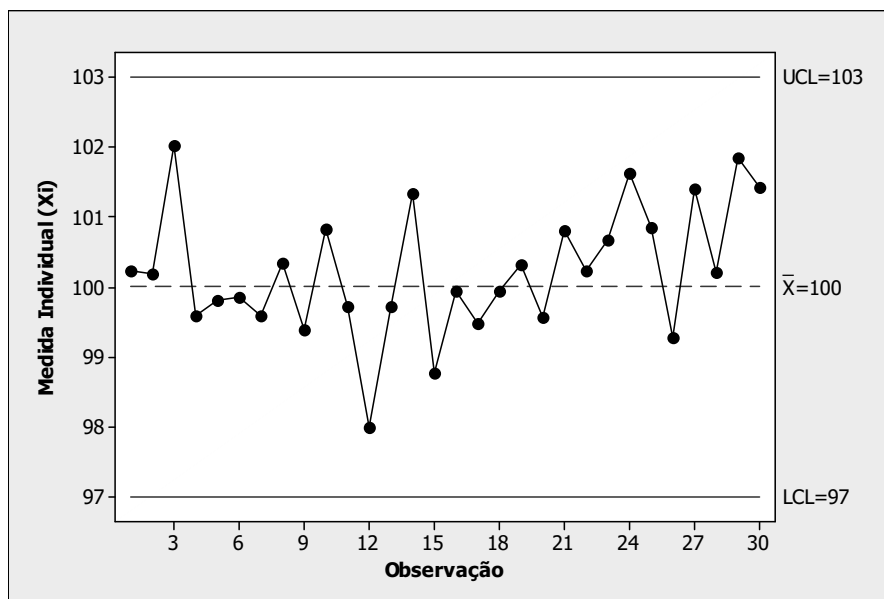
- Simulação de pequeno deslocamento de média em carta com 30 valores individuais, com:
- Dados da Simulação:

$$X_i \sim N(100, 1), \quad i = 1, \dots, 20$$

$$X_i \sim N(101, 1), \quad i = 21, \dots, 30$$



Gráfico de Controle de X



$$LSC_X = 100 + 3 \times 1 = 103,0$$

$$LIC_X = 100 - 3 \times 1 = 97,0$$

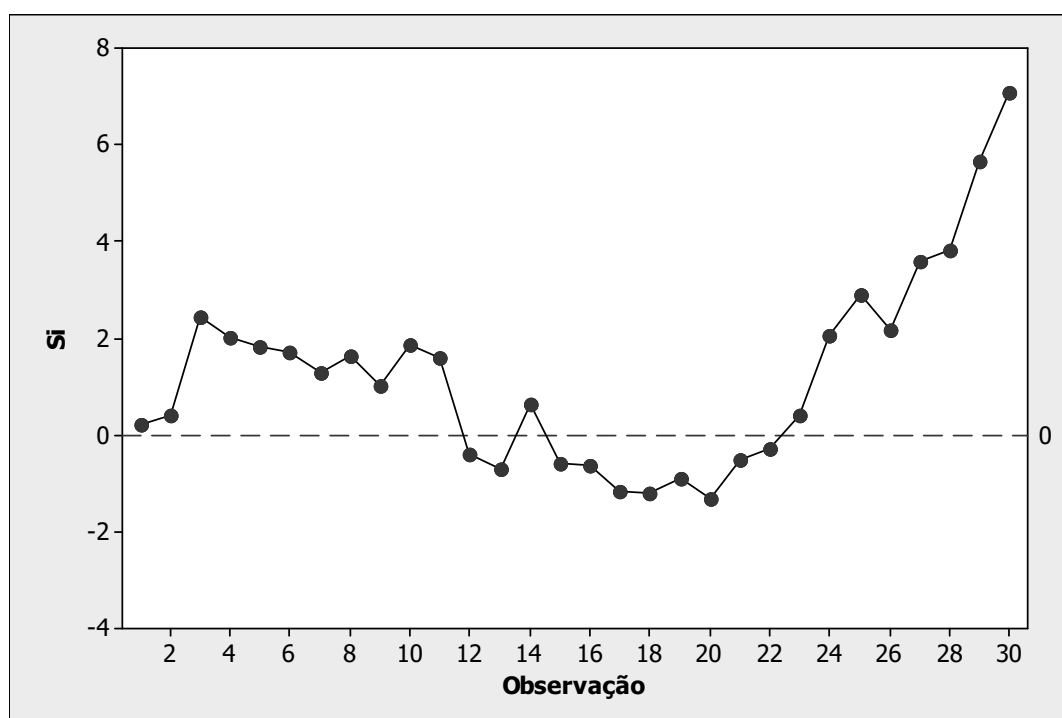
Valores de X_i e das Somas Acumuladas S_i

$\mu_0 = 100$

Obs.	X_i	$X_i - 100$	S_i
1	100,23	0,23	0,23
2	100,19	0,19	0,42
3	102,02	2,02	2,44
4	99,59	-0,41	2,03
5	99,81	-0,19	1,84
6	99,86	-0,14	1,70
7	99,60	-0,40	1,30
8	100,35	0,35	1,65
9	99,38	-0,62	1,03
10	100,83	0,83	1,86
11	99,73	-0,27	1,59
12	98,00	-2,00	-0,41
13	99,72	-0,28	-0,69
14	101,34	1,34	0,65
15	98,77	-1,23	-0,58
16	99,94	-0,06	-0,64
17	99,47	-0,53	-1,17
18	99,95	-0,05	-1,22
19	100,33	0,33	-0,89
20	99,57	-0,43	-1,32
21	100,82	0,82	-0,50
22	100,23	0,23	-0,27
23	100,68	0,68	0,41
24	101,64	1,64	2,05
25	100,86	0,86	2,91
26	99,28	-0,72	2,19
27	101,41	1,41	3,60
28	100,21	0,21	3,81
29	101,85	1,85	5,66
30	101,43	1,43	7,09

$$S_i = \sum_{j=1}^i (\bar{X}_j - \mu_0)$$

Gráfico das Somas Acumuladas



Análise dos Gráficos

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

- O gráfico de \bar{X} não detectou o deslocamento de 100 para 101;
- A estatística S cresceu indefinidamente a partir de $n = 20$;
- O gráfico de CUSUM, além de sinalizar o desajuste, informa quando este ocorreu;
- Ele não sinaliza os desajustes de imediato, pois, baseia-se no histórico do processo.
- Para grandes desajustes, o gráfico de \bar{X} é sempre mais ágil.



Algoritmo CUSUM

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

- Para $n = 1$ o algoritmo é dado por:

$$S_i^+ = \max\{0, X_i - (\mu_o + d) + S_{i-1}^+\}$$

$$S_i^- = \max\{0, (\mu_o - d) - X_i + S_{i-1}^-\}$$

onde,

X_i : i -ésima observação do processo;

$$S_0^+ = S_0^- = 0$$

- O algoritmo produz um sinal sempre que S_i^+ ou $S_i^- > K$

- Parâmetros comumente adotados :

$$K = 5\sigma_0 \quad \text{e} \quad d = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2}, \text{ em que}$$

$|\mu_1 - \mu_0|$: deslocamento que se quer detectar.



Escolha do valor de K

- K é ajustado conforme valor de d , para manter $NMA = 370$;
- Para K fixo, ao variar-se d , altera-se a frequência de alarmes falsos;
- Não há expressão simples que relacione α com K para determinado valor de d ;
- Recomenda-se adotar $K = 5\sigma_0$, que dá bons resultados para $0,6\sigma_0 \leq |\mu_1 - \mu_0| \leq 1,6\sigma_0$.

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas



Gráfico de \bar{X} vs. Algoritmo CUSUM

Número médio de amostras até o sinal (NMA)					
	Gráf. \bar{X}	Algoritmo CUSUM, com $K = k\sigma_0/\sqrt{n}$ e $d = \delta\sigma_0/\sqrt{n}$			
$\frac{ \mu_1 - \mu_0 }{\sigma_0/\sqrt{n}}$	$k = 3$	$k = 8,010$ $\delta = 0,25$	$k = 4,774$ $\delta = 0,5$	$k = 3,339$ $\delta = 0,75$	$k = 2,517$ $\delta = 1,0$
0	370	370	370	370	370
0,2	308	116	164	206	239
0,4	200	40,4	54,5	77,8	105
0,6	120	22,2	24,6	33,5	46,8
0,8	71,6	15,1	14,4	17,6	23,6
1,0	43,9	11,4	9,93	10,9	13,6
1,2	27,8	9,18	7,52	7,62	8,79
1,4	18,3	7,69	6,06	5,80	6,38
1,6	12,4	6,63	5,08	4,68	4,81
1,8	8,69	5,84	4,38	3,92	3,89
2,0	<u>6,30</u>	<u>5,22</u>	3,86	3,39	3,26
3,0	2,00	3,48	2,49	2,09	1,86
4,0	1,19	2,67	1,96	1,55	1,32

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas



Comparação com Gráfico de \bar{X}

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

- A medida que d diminui, o CUSUM detecta pequenos desajustes mais rapidamente.
- Para grandes desvios da média, o gráfico de \bar{X} sinaliza mais rapidamente que o CUSUM;
- Generalização do algoritmo:
Para $n > 1$, substituir X_i por \bar{X}_i de maneira que:

$$S_i^+ = \max\{0, \bar{X}_i - (\mu_o + d) + S_{i-1}^+\}$$

$$S_i^- = \max\{0, (\mu_o - d) - \bar{X}_i + S_{i-1}^-\}$$

comparando com: $K = 5\sigma_0/\sqrt{n}$;

- Para gráfico de \bar{X} é vantajoso usar $n > 1$, com o algoritmo CUSUM, nem sempre.



CUSUM com Resposta Inicial Rápida

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

- Após a intervenção, não se tem certeza se todas as causas especiais foram eliminadas.
- Neste caso, no reinício do processo, o algoritmo CUSUM sinalizará o problema tardiamente;
- O artifício de Resposta Rápida Inicial (RIR) recomeça o monitoramento com:

$$S_0^+ = S_0^- = \frac{K}{2}$$

- Se o processo estiver fora de controle,
 $NMA_{RIR} \approx 60\%NMA_{s/RIR}$, para deslocamentos $\geq 2d$.



Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Gráfico de Controle de EMWA



Características do Gráfico

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

- Outra alternativa ao gráfico de Shewhart para detectar pequenos deslocamentos na média do processo;
- Plotam-se os valores da estatística:

$$Y_i = \lambda X_i + (1 - \lambda)Y_{i-1}$$

com $0 < \lambda \leq 1$ e $Y_0 = \mu_0$

- Seu desempenho é similar ao do gráfico CUSUM e também é geralmente utilizado com *observações individuais*.



Construção do Gráfico

- Parâmetros do Estimador:

$$E(Y_i) = \mu_0$$

$$\sigma_{Y_i}^2 = \frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}] \sigma^2$$

- Limites 3σ :

$$LSC = \mu_0 + k\sigma_0 \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]}$$

$$LM = \mu_0$$

$$LIC = \mu_0 - k\sigma_0 \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]}$$

- Quando i cresce, $[1 - (1-\lambda)^{2i}] \rightarrow 1$, logo os limites tendem para $\mu_0 \pm k\sigma_0 \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}$.



Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Exemplo

- Simulação de pequeno deslocamento de média em carta com 30 valores individuais, com:

- Dados da Simulação:

$$X_i \sim N(100, 1), \quad i = 1, \dots, 20$$

$$X_i \sim N(101, 1), \quad i = 21, \dots, 30$$

- Gráfico de EMWA construído com $\lambda = 0,20$ e $k = 2,859$.

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas



Gráfico de \bar{X} vs. Gráfico *EWMA*

Número médio de amostras até o sinal (<i>NMA</i>)				
	Gráfico \bar{X}	Gráfico de Controle <i>EWMA</i>		
$\frac{ \mu_1 - \mu_0 }{\sigma_0 / \sqrt{n}}$	$\lambda = 1,00$ $k = 3,000$	$\lambda = 0,10$ $k = 2,701$	$\lambda = 0,20$ $k = 2,859$	$\lambda = 0,50$ $k = 2,978$
Qualidade na empresa	0	370	370	370
Fundamentos de CEP	0,2	308	123	238
Gráfico por variáveis	0,4	200	41,2	106
Capacidade do processo	0,6	120	20,9	49,6
Gráficos por atributos	0,8	71,6	13,4	26,0
Gráficos com autocorrelação	1,0	43,9	9,74	15,2
Outras técnicas	1,2	27,8	7,64	7,27
	1,4	18,3	6,30	5,77
Referências Bibliográficas	1,6	12,4	5,38	4,78
	1,8	8,69	4,70	4,10
	2,0	6,30	4,18	3,59
	3,0	2,00	2,76	1,85
4,0	1,19	2,14	1,81	1,30



Valor de λ

- Para menores valores de λ , o gráfico detecta desajustes maiores mais rapidamente (λ pequeno faz com que os dados históricos tenham maior peso);
- Para $\lambda = 1$ é o gráfico de Shewhart (dados histórico sem nenhuma influência);
- Para $\lambda = 0$, o peso de qualquer observação será nulo ($Y_i = Y_0 = \mu_0$);
- Para uso do gráfico com $n > 1$, deve-se substituir X_i por \bar{X}_i e σ_0 por $\sigma_0 \sqrt{n}$.



Referências bibliográficas

Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas



COSTA, A. F. B.; EPPRECHT, E. K. e CARPINETTI, L. C. R. *Controle estatístico de qualidade*. Atlas, 2004.



MONTGOMERY, D. C. *Introdução ao controle estatístico de qualidade*. 4a. Edição LTC, 2004.



WERKEMA, M. C. C. *Ferramentas estatísticas básicas*. Fundação Cristiano Ottoni, 1995.



WERKEMA, M. C. C. *Avaliação da qualidade de medidas*. Fundação Cristiano Ottoni, 1996.



DERMAN, C. and ROSS, S. M. *Statistical Aspects of Quality Control*. Academic Press, 1997.



Qualidade na empresa

Fundamentos de CEP

Gráfico por variáveis

Capacidade do processo

Gráficos por atributos

Gráficos com autocorrelação

Outras técnicas

Referências Bibliográficas

Controle de Qualidade

Lupércio França Bessegato

Especialização em Estatística

