

**Inspeção de Qualidade**

---

---

---

---

---

---

---

---

**Roteiro**

- 1. Inspeção para Aceitação
- 2. Planos de Amostragem Simples
- 3. Determinação Plano de Amostragem
- 4. Inspeção Retificadora
- 5. Plano de Amostragem Dupla
- 6. Referências

---

---

---

---

---

---

---

---

**Inspeção para Aceitação**

---

---

---

---

---

---

---

---

### Inspeção por Amostragem

- Avaliação de característica de qualidade de unidades selecionadas aleatoriamente;
  - √ Alternativa para inspeção 100%;
  - √ Obrigatória quando a avaliação de qualidade requer teste destrutivo.

---

---

---

---

---

---

---

---

### Inspeção para Aceitação

- Inspeção por amostragem de itens de lote de entrega
- Dependendo da quantidade de defeituosos da amostra, o lote é aceito ou rejeitado
- O lote rejeitado é devolvido ao fornecedor
- A tendência é substituí-la por trabalho com os fornecedores visando assegurar a qualidade de seus produtos

---

---

---

---

---

---

---

---

### Teste de Hipóteses

- Associado à inspeção para aceitação:
  - $H_0: p = p_0$
  - $H_1: p > p_0$
- P: proporção de defeituosos do processo
- Risco  $\alpha$ : Risco do produtor
  - √ Não aceitação de lote de boa qualidade
- Risco  $\beta$ : Risco do consumidor
  - √ Aceitação de lote de má qualidade

---

---

---

---

---

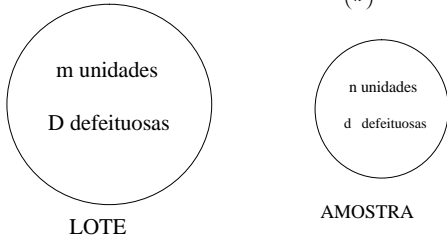
---

---

---

- d: quantidade de defeituosos na amostra:  
d ~ hipergeométrica

$$\Pr\{d = d_0\} = \frac{\binom{D}{d_0} \binom{m-D}{n-d_0}}{\binom{m}{n}} \quad (9.1)$$




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

- Exemplo: Probabilidade de 2 itens amostrais defeituosos

√ Lote de 200 itens com 10 itens defeituosos;

√ Amostra de 20 unidades

√  $m = 200$ ;  $D = 10$ ;  $n = 20$ ;  $d = 2$ .

$$\Pr\{d = 2\} = \frac{\binom{10}{2} \binom{200-10}{20-2}}{\binom{200}{20}} = 0,198$$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

- D: número de defeituosos no lote  
D ~ binomial (m,p)  
p: proporção de defeituosos no processo

$$\Pr(D = D_0) = \binom{m}{D_0} p^{D_0} (1-p)^{m-D_0}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

- Probabilidade de um lote de 200 itens conter 10 itens defeituosos com  $p = 0,1$ .

$$\Pr(D=10) = \binom{200}{10} 0,1^{10} (1-0,1)^{200-10} = 0,0045$$

- Probabilidade de 2 defeituosos na amostra

$$\Pr\{d = d_0\} = \sum_{D_0=0}^{200} \Pr\{d = d_0 \mid D = D_0\} \Pr\{D = D_0\}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

*Pr{d = 2 | D = D<sub>0</sub>} e Pr{D = D<sub>0</sub>}*

$D_0$	$\Pr\{D = D_0\}$	$\Pr\{d = 2 \mid D = D_0\}$	$D_0$	$\Pr\{D = D_0\}$	$\Pr\{d = 2 \mid D = D_0\}$
10	0,0045	0,1975	21	0,0892	0,2989
11	0,0087	0,2186	22	0,0806	0,2957
12	0,0153	0,2373	23	0,0693	0,2911
13	0,0245	0,2536	24	0,0568	0,2853
14	0,0364	0,2674	25	0,0444	0,2784
15	0,0501	0,2787	26	0,0332	0,2706
16	0,0644	0,2875	27	0,0238	0,2620
17	0,0775	0,2939	28	0,0163	0,2528
18	0,0875	0,2982	29	0,0108	0,2431
19	0,0931	0,3003	30	0,0068	0,2330
20	0,0936	0,3005			

$$\Pr\{d = 2\} = \sum_{D_0=0}^{200} \Pr\{d = 2 \mid D = D_0\} \Pr\{D = D_0\} = 0,285$$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Aproximação

- Se  $n/m = 0,10$  então  $P\{d = d_0\}$  pode ser obtido com boa precisão considerando:

$d \sim \text{binomial}(n, p)$

$$\Pr\{d = 2\} = \binom{n}{d} p^d (1-p)^{n-d} = \binom{20}{2} 0,10^2 (1-0,10)^{18} = 0,285$$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Amostragem de Aceitação

- Lote com 200 itens  
√  $H_0: p = 0,01$  vs.  $H_1: p > 0,01$
- Plano Amostral  
√ amostra de 5 itens  
√ Critério de aceitação: todos os itens amostrais considerados não defeituosos
- Risco do fabricante:

$$a = 1 - P\{d = 0\} = 1 - 0,99^5 = 0,049$$
$$a \approx 5\%$$

---

---

---

---

---

---

---

---

- Risco do consumidor

$p_1$	$b$
0,02	0,90
0,04	0,82
0,06	0,73
0,10	0,59

$$b_{0,02} = P\{d = 0 \mid p_1 = 0,02\} = 0,98^5 = 0,904$$
$$a \approx 5\%$$

---

---

---

---

---

---

---

---

### Comentários

- Para aproximar os riscos  $a$  e  $b$  pela binomial, deve-se considerar constante a probabilidade de um item ser defeituoso;
- Na realidade, a probabilidade de um item defeituoso na amostra ser defeituoso depende da proporção de defeituosos no lote;
- Se  $n/m = 0,10$  a aproximação é satisfatória

---

---

---

---

---

---

---

---

## Planos de Amostragem Simples

---

---

---

---

---

---

---

---

### Amostragem Simples por Atributos

- Parâmetros do plano amostral:
  - √ Tamanho da amostra:  $n$
  - √ Número de aceitação:  $Ac$
- Critério de aceitação do lote:
  - √ Número de defeituosos =  $Ac$
- Cada plano amostral está associado a uma única curva característica de operação (CCO)
  - √  $P_{ac}$  vs.  $p$ 
    - $P_{ac}$ : probabilidade de aceitação do lote
    - $p$ : proporção de defeituosos

---

---

---

---

---

---

---

---

- Plano Amostral:

√  $n = 200$  e  $Ac = 5$

Valores de  $p$  e  $P_{ac}$  do Plano de Amostragem

$p(\%)$	$\lambda = np$	$P_{ac}(\%)$
0,5	1,0	99,9
1,0	2,0	98
1,4	2,8	93
1,8	3,6	84
2,0	4,0	79
2,6	5,2	58
3,0	6,0	44
4,0	8,0	19
5,0	10,0	7
6,0	12,0	2

$$P_{ac}(0,02) = P\{d \leq 5 | p = 0,02\} = \sum_{i=0}^5 \binom{200}{i} 0,02^i (1-0,02)^{200-i} = 0,787$$

---

---

---

---

---

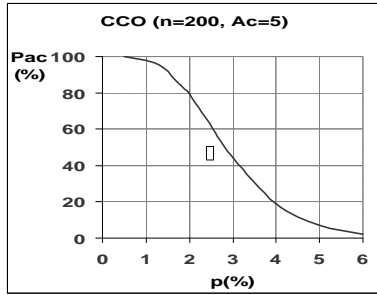
---

---

---

- Curva característica de operação do plano amostral

$\sqrt{n} = 200$  e  $Ac = 5$




---

---

---

---

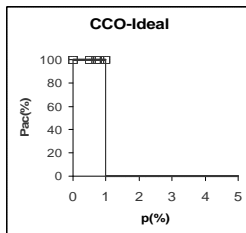
---

---

---

---

- Curva característica de operação ideal para  $p_0=0,01$



Todos os lotes com  $p = 0,01$  seriam aceitos e aqueles com  $p > 0,01$  seriam rejeitados

---

---

---

---

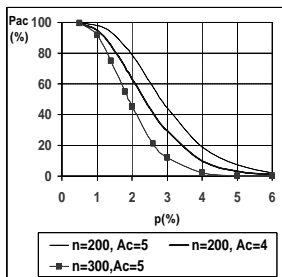
---

---

---

---

- Efeito de  $n$  e  $Ac$  na probabilidade de aceitação de lote



- Aumento de  $n$  ou redução de  $Ac$ :
  - aumento do *risco a*: ruim para fabricante
  - diminuição do *risco b*: bom para consumidor

---

---

---

---

---

---

---

---

- É necessária mais informação para a redução simultânea de **a** e **b**  
√ Aumento de  $n$  e  $Ac$

---

---

---

---

---

---

---

---

Determinação do Plano de Amostragem

---

---

---

---

---

---

---

---

### Parâmetros de Entrada

- NQA – Nível de qualidade aceitável  
√  $p_0$ : máxima proporção de defeituosos que o consumidor considera satisfatória como média do processo
- NQI – Nível de qualidade inaceitável  
√  $p_1$ : proporção de defeituosos que o consumidor considera totalmente insatisfatória como média do processo

---

---

---

---

---

---

---

---



- **a**: risco que o fabricante está disposto a aceitar  
√ rejeição de lote de boa qualidade
- **b**: risco que o comparador está disposto a aceitar  
√ aceitação de lote de má qualidade
- Deseja-se determinar:
  - √ tamanho da amostra ( $n$ )
  - √ número de aceitação ( $Ac$ )
- Mesmo problema de determinação de parâmetros de carta  $np$

---

---

---

---

---

---

---

---

### Exemplo

- Determinação de plano amostral com:
  - √  $a = 0,02$
  - √  $b = 0,10$
  - √  $NQA = 1\%$
  - √  $NQI = 5\%$
- Solução ótima:
  - √  $n = 184$
  - √  $Ac = 5$

---

---

---

---

---

---

---

---

### Solução Boa:

√ Algoritmo da Seção 8.3.1

Determinação do Plano de Amostragem

$d$	$p_{ac}^0 (= \alpha)$	$\lambda_0$	$n$	$\lambda_1 = np_1$	$p_{ac}^1 (= \beta)$
3	0,9810	1,00	100	5	0,27
4	0,9814	1,50	150	7,5	0,13
5	0,9834	2,00	200	10	0,07 (<0,10 $\Rightarrow$ solução)

Em geral a solução boa apresenta um  $n$  ligeiramente maior que aquele da solução ótima

---

---

---

---

---

---

---

---

## Inspeção Retificadora

---

---

---

---

---

---

---

---

## Inspeção Retificadora

- Lotes rejeitados são submetidos à inspeção 100%
- Todos os itens defeituosos do lote são substituídos por itens bons
- Na inspeção para aceitação:
  - √ Os lotes rejeitados são devolvidos para o fornecedor

---

---

---

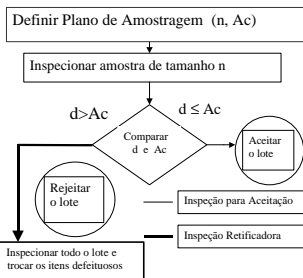
---

---

---

---

---



Inspeção para Aceitação e Inspeção Retificadora

---

---

---

---

---

---

---

---

## Vantagem

- Após a comercialização de uma série de lotes  
√ proporção média de defeituosos ( $q$ ) que o **comprador** é menor que  $p$  (proporção média de defeituosos do **processo de fabricação**)

---

---

---

---

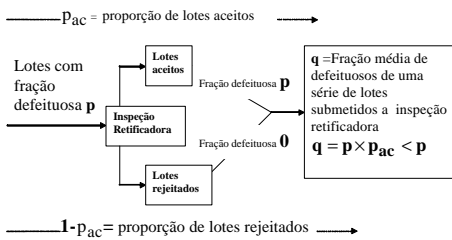
---

---

---

---

- Após a comercialização de uma série de lotes



---

---

---

---

---

---

---

---

- proporção média de defeituosos ( $q$ ) que o comprador adquire é menor que a proporção média de defeituosos do processo de fabricação ( $p$ )
- QMR – Qualidade média resultante:  
√ Proporção média de defeituosos ( $q$ ) que o comprador adquire com a inspeção retificadora

$$QMR = p \times P_{ac} + 0 \times (1 - P_{ac}) = p \times P_{ac}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

- Para o plano amostral com  $n = 200$  e  $Ac = 5$ :

$p(\%)$	$\lambda = np$	$P_{ac}(\%)$	QMR
0,0	0	100	0
0,5	1,0	99,9	0,50
1,0	2,0	98	0,98
1,4	2,8	94	1,32
1,8	3,6	84	1,51
2,0	4,0	79	1,58
2,4	4,8	65	1,56
2,6	5,2	58	1,51
3,0	6,0	44	1,32
4,0	8,0	19	0,76
5,0	10,0	7	0,35
6,0	12,0	2	0,12

---

---

---

---

---

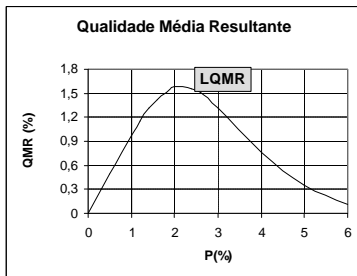
---

---

---

---

---



- LQMR – Limite da Qualidade Média Resultante:  
 ✓ Máxima proporção média de defeituosos que o consumidor adquire com a inspeção retificadora

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Comentários

- Para valores pequenos de  $p$  a maioria dos lotes é aceita e  $QMR \sim p$ ;
- À medida que  $p$  cresce, diminui a probabilidade de o lote ser aceito
  - ✓ maior quantidade de lotes submetidos à inspeção 100%
  - ✓ diminuição da QMR

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Plano de Amostragem Dupla

---

---

---

---

---

---

---

---

## Planos de Amostragem Dupla

- **Objetivo:**
  - √ Reduzir a quantidade de itens do lote a inspecionar
- **Parâmetros:**
  - √  $n_1$  e  $n_2$ : tamanhos de amostra
  - √  $Ac_1$  e  $Ac_2$ : números de aceitação
  - √  $Re_1$ : número de rejeição

---

---

---

---

---

---

---

---

- **Critério:**
  - √ Retira-se amostra de tamanho  $n_1$
  - √ Se  $d_1 = Ac_1$ , aceita-se o lote
  - √ Se  $d_1 = Ac_1$ , rejeita-se o lote;
  - √ Se  $Ac_1 < d_1 < Re_1$ : retira-se 2ª. Amostra
    - Se  $d_1 + d_2 = Ac_2$ : aceita-se o lote
    - Em caso contrário ele é rejeitado

---

---

---

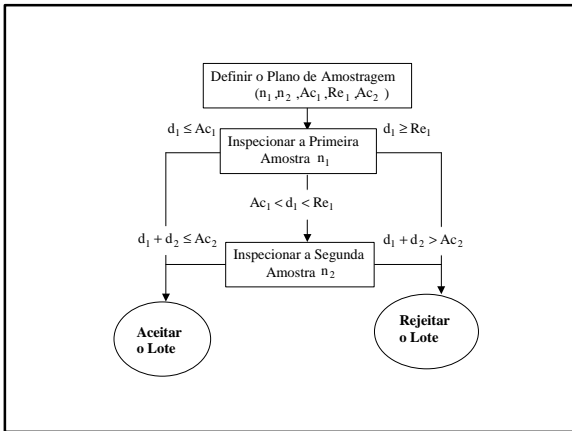
---

---

---

---

---




---

---

---

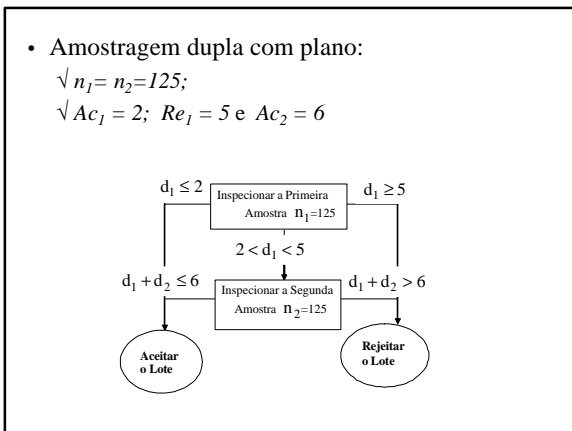
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

- Probabilidade de aceitação do lote na 1ª amostragem:
 
$$P_{ac}^1 = P\{d_1 \leq 2\}$$
- Probabilidade de aceitação do lote na 2ª amostragem:
 
$$P_{ac}^2 = P\{d_2 \leq 3 \mid d_1 = 3\} \times P\{d_1 = 3\} + P\{d_2 \leq 2 \mid d_1 = 4\} \times P\{d_1 = 4\}$$
- Probabilidade de o lote ser aceito:
 
$$P_{ac} = P_{ac}^1 + P_{ac}^2$$

---

---

---

---

---

---

---

---

Valores de p e P<sub>nc</sub> (amostragem dupla)

p(%)	$\lambda = n_1 p$	$P_{nc}^1$	$Pr[d_1=3]$	$Pr[d_1=4]$	$Pr[d_2 \leq 3]$	$Pr[d_2 \leq 2]$	$P_{nc}^2$	$P_{nc}$
0.5	0,625	0,97	0,02	0,00	1,00	0,97	0,02	1,00
1.0	1,25	0,87	0,09	0,03	0,96	0,87	0,11	0,98
1.4	1,75	0,74	0,16	0,07	0,90	0,74	0,19	0,94
1.8	2,25	0,61	0,20	0,11	0,81	0,61	0,23	0,84
2.0	2,50	0,54	0,22	0,13	0,76	0,54	0,24	0,78
2.6	3,25	0,37	0,22	0,18	0,59	0,37	0,20	0,57
3.0	3,75	0,27	0,21	0,20	0,48	0,27	0,15	0,43
4.0	5,00	0,12	0,14	0,18	0,26	0,12	0,06	0,18
5.0	6,25	0,05	0,08	0,12	0,12	0,05	0,02	0,06
6.0	7,50	0,02	0,04	0,07	0,05	0,02	0,00	0,02

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**Comentários**

- As probabilidades de aceitação são semelhantes àquelas obtidas com o plano de amostragem simples ( $n = 200$ ;  $Ac = 5$ );

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**TMA – Tamanho Médio das Amostras**

- Número de itens inspecionados:  
 $\sqrt{n} = 125$  se não for necessária 2ª. amostragem;  
 $\sqrt{N} = 250$  caso ela seja necessária
- Probabilidade da 2ª. amostragem:  
 $\sqrt{P\{d_1 = 3 \text{ ou } d_1 = 4\}}$
- TMA – Tamanho médio das amostras

$$TMA = 125 + 125 \times [P\{d_1 = 3\} + P\{d_1 = 4\}]$$

---

---

---

---

---

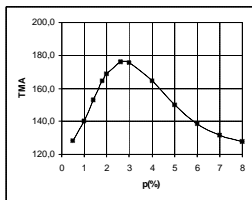
---

---

---

---

---



P(%)	TMA	P(%)	TMA	P(%)	TMA
0,5	128,1	2	168,8	5	149,8
1	140,2	2,6	175,9	6	138,3
1,4	153,0	3	175,7	7	131,4
1,8	164,4	4	164,7	8	127,8

O TMA não ultrapassa 180 itens

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Referências

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Bibliografia Recomendada

- Costa, A. F. B., Epprecht, E. K., Carpinetti, L. C. R. (Atlas)  
*Controle Estatístico de Qualidade*
- Montgomery, D. C. (LTC)  
*Introdução ao Controle Estatístico de Qualidade*

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---