

5. Funções de Variáveis Aleatórias

5.1 Lista de Exercícios

1. Suponha que X é uma variável aleatória e $Y = aX + b$, onde a e b são constantes.

- (a) Se X é discreta, qual a relação entre os gráficos de p_X e p_Y ?
- (b) Se X é contínua, qual a relação entre os gráficos de f_X e f_Y ?
- (c) As relações nos itens a e b são as mesmas ou são diferentes? Explique.

2. Seja $X \sim \text{Uniforme}(-1, 1)$. Determine:

- (a) $P\{|X| < 1/2\}$
- (b) A função de densidade de probabilidade de $W = |X|$

3. (Meyer, Ex. 5.5) Suponha $X \sim \text{Uniforme}(0, 1)$. Ache a função de densidade de probabilidade de:

- (a) $Y = X^2 + 1$
- (b) $Z = \frac{1}{X + 1}$

4. Suponha $X \sim \text{Exponencial}(1)$. Determine a função de densidade de probabilidade de:

- (a) $Y = X^3$ (Meyer, Ex. 5.3a)
- (b) $Z = \frac{3}{(X + 1)^2}$ (Meyer, Ex. 5.3b)
- (c) $W = \ln X$

5. Suponha $X \sim \text{Uniforme}(0, 1)$. Encontre a função de densidade de probabilidade de $Y = e^X$

6. Seja $Z \sim N(0, 1)$ e $X = aZ + b$. Prove que $Y \sim N(b, a^2)$

7. Seja $Z \sim N(0, 1)$ e $W = Z^2$. Prove que $W \sim \chi^2$

8. Considere a transformação:

$$Y = \begin{cases} \sqrt{X} & X \geq 0 \\ 0 & X < 0 \end{cases}$$

Determine a função de densidade de probabilidade de Y quando $X \sim N(0, 1)$.

Resp.: $\sqrt{2/\pi}ye^{-y^4/2}$, $y > 0$