

Lista # 7 – Valor Esperado de Variável Aleatória

1. Dada uma variável aleatória geométrica com parâmetro p , prove que seu valor esperado é $1/p$.
2. (Ross – 4.28, pg. 218) Uma amostra de 3 itens é selecionada aleatoriamente de uma caixa contendo 20 itens, dos quais 4 são defeituosos. Determine o número esperado de itens defeituosos na amostra. *Resp.: 3/5*
3. (Ross – 4.32, pg. 219) Cem pessoas terão seu sangue examinado para determinar se possuem ou não determinada doença. Entretanto, em vez de testar cada indivíduo separadamente, decidiu-se primeiro colocar as pessoas em grupos de 10. As amostras de sangue das 10 pessoas de cada grupo serão analisadas em conjunto. Se o teste der negativo, apenas um teste será suficiente para as 10 pessoas. Por outro lado, se o teste der positivo, cada uma das demais pessoas também será examinada e, no total, 11 testes serão feitos no grupo em questão. Suponha que a probabilidade de se ter a doença seja de 0,1 para qualquer pessoa, de forma independente, e calcule o número esperado de testes necessários para cada grupo (observe que supomos que o teste conjunto dará positivo se pelo menos uma pessoa no conjunto tiver a doença). *Resp.: 7,51*
4. (Ross – Exemplo 4b, pg. 165; problema 4.34, pg. ; problema 5.9, pg. 274) Um produto que é vendido sazonalmente resulta em um ganho líquido de b reais para cada unidade vendida e em uma perda líquida de l reais para cada unidade que não tenha sido vendida no final da temporada. A quantidade de unidades do produto demandada em uma loja de departamentos específica durante qualquer estação do ano é uma variável aleatória que tem função de probabilidade $p(i)$, $i \geq 0$.
 - a) Se a loja deve estocar esse produto com antecedência, determine o número de unidades que a loja deveria estocar para maximizar seu lucro esperado;
 - b) Suponha que a loja de departamentos embuta um custo adicional c por cada unidade de demanda não atingida (esse tipo de custo é frequentemente chamado de custo *goodwill* porque a loja perde a boa vontade dos consumidores cuja demanda ela não foi capaz de suprir). Calcule o lucro esperado quando a loja armazena s unidades, e determine o valor de s que maximiza o lucro esperado;
 - c) Considere o item a) e suponha agora que a demanda sazonal seja uma variável aleatória contínua com função de densidade de probabilidade f . Mostre que o estoque ótimo é o valor s^* que satisfaz

$$F(s^*) = \frac{b}{b+l}$$

onde b é o lucro líquido por venda, l é a perda líquida por unidade não vendida e F é a função de distribuição acumulada da demanda sazonal.

5. Um homem praticando tiro ao alvo recebe 10 pontos se o tiro estiver a 1 cm do alvo, 5 pontos se estiver entre 1 e 3 cm do alvo e 3 pontos se estiver entre 3 e 5 cm do alvo. Determine o número esperado de pontos que ele receberá se a distância do ponto de tiro até o alvo for uniformemente distribuída entre 0 e 10.
6. 7.4 (Meyer, pg. 180)
7. 7.6 (Meyer, pg. 180)
8. 7.7 (Meyer, pg. 180)
9. 7.9 (Meyer, pg. 180)
10. 7.10 (Meyer, pg. 181)