

## 4. Variáveis Aleatórias Unidimensionais

### 4.1 Lista # 8

1. Mostre que não há nenhum número  $c$  tal que a seguinte função  $f(x)$  seja uma função de densidade de probabilidade.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{1+x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

2. A função de densidade de probabilidade de uma variável contínua é dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} xe^{-x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

Calcule  $P\{X > 2\}$ .

Resp.:  $3e^{-2}$

3. A função

$$F(x) = k \left( 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^{[x]} \right), x > 0$$

é a função de distribuição acumulada de uma variável aleatória  $X$ , onde  $[x]$  denota a parte inteira de  $x$ , ou seja, o maior inteiro menor ou igual a  $x$ .

- (a) Determine o valor de  $k$
- (b) Especifique a função de probabilidade de  $X$

4. A função

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{6} & 0 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

é a função de distribuição de uma variável aleatória  $X$

- (a) Determine a densidade generalizada de  $X$
- (b) Calcule  $P\{0 \leq X < 2\}$  e  $P\{0 < X < 2\}$
- (c) Calcule  $P\{X = 2\}$

5. A função de distribuição de  $X$  é dada por:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - \frac{3}{4}e^{-x} & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

Determine  $P\{0 \leq X < 1\}$ .

Resp.:  $1 - 3/4e^{-1}$

6. A variável aleatória  $X$  tem função de densidade de probabilidade  $f_X$  dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{(1+x)^2} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

Seja  $Y = \max\{X, c\}$ ,  $c > 0$ . Determine a função de distribuição de  $Y$

*Resp.:  $y/(1+y)$ ,  $y \geq c$  e 0 caso contrário*

7. Seja  $X$  uma variável aleatória com densidade  $f(x) = cx^2$ ,  $-1 \leq x \leq 1$  e  $f(x) = 0$ , caso contrário.

(a) Determine o valor da constante  $c$

(b) Calcule  $P\{|X| > 1/2\}$

(c) Ache  $\alpha$  tal que  $F_X(\alpha) = \frac{1}{4}$ .

O valor de  $\alpha$  que satisfaz esta relação é denominado primeiro quartil da distribuição de  $X$

8. Dizemos que uma variável aleatória tem distribuição triangular no intervalo  $[0, 1]$  se sua densidade é dada por  $f(x) = cx$ , para  $0 \leq x \leq 1/2$ ,  $f(x) = c(1-x)$ , para  $1/2 < x < 1$  e  $f(x) = 0$ , para os demais valores de  $x$ .

(a) Determine o valor da constante  $c$

(b) Esboce o gráfico de  $f(x)$

(c) Calcule  $P\{X > \frac{8}{10}\}$  e  $P\{\frac{1}{4} < X < \frac{3}{4}\}$

9. Suponha que a função de distribuição acumulada da variável aleatória  $X$  é dada por

$$F(x) = 1 - e^{-x^2}, x > 0$$

(a)  $P\{X > 2\}$

(b)  $P\{1 < X < 3\}$

10. Seja a função:

$$f_Y = 2 \frac{\ln y}{y},$$

Para que valores de  $y > 1$ ,  $f_Y$  será função de densidade de probabilidade?