SIMMEC/EMMCOMP 2014

XI Simpósio de Mecânica Computacional

II Encontro Mineiro de Modelagem Computacional

Juiz de Fora, MG, 28-30 de Maio de 2014

DESEMPENHO DE CARTAS DE CONTROLE NÃO PARAMÉTRICAS PARA MEDIDAS INDIVIDUAIS BASEADAS EM NÚCLEO ESTIMADORES

Lupércio F. Bessegato, Alan P. Loures
lupercio.bessegato@ufjf.edu.br, alan.loures@ice.ufjf.br
Departamento de Estatística, Universidade Federal de Juiz de Fora
Rua José Lorenço Kelmer, s/nº, Juiz de For a, 36.036-900, MG, Brasil

Fernando Luiz P. Oliveira
fernandoluizest@gmail.com
Departamento de Estatística, Universidade Federal de Ouro Preto
Campus Universitário Morro do Cruzeiro, Ouro Preto, 35.400-000, MG, Brasil.

Abstract. *O conceito de carta de controle, estabelecido por Shewhart nos anos 20, é uma poderosa ferramenta em controle estatístico de processo. Sua operação consiste na coleta periódica de itens produzidos, analisando-os de acordo com alguma característica de interesse. Há situações práticas que requerem o uso de cartas de controle para medidas individuais. Em geral, para avaliar o desempenho estatístico desse tipo de carta, assume-se que a função de distribuição subjacente é normal. Essa hipótese é sempre arriscada, especialmente no caso de medidas individuais. Nessas situações, os métodos não paramétricos são extensamente utilizados. Dentre esses, destacam-se os métodos de suavização por núcleos estimadores. Neste trabalho estudamos, por simulação, o desempenho de cartas de controle não paramétricas baseadas em núcleos estimadores da função de distribuição acumulada. O núcleo adotado é a função de distribuição acumulada da normal padronizada. O comportamento dessas cartas de controle é verificado em vários cenários de não normalidade da estrutura probabilística subjacente. Em cada uma dessas situações, seu desempenho é comparado com aquele obtido pela metodologia paramétrica usual. Sabe-se também que a eficiência dessa metodologia é bastante sensível ao valor adotado para o parâmetro de suavização. Dessa maneira, é verificado o comportamento das cartas de controle baseadas em núcleo estimador quanto ao método de escolha do parâmetro de suavidade utilizado. Os procedimentos utilizados são: o método 'plug-in' multiestágio, e a janela de referência normal robusta a outliers na amostra.*

Palavras-chave: ***Núcleos estimadores, Estatística não paramétrica, Controle estatístico de processo, Cartas de controle, Medidas individuais***

1 INTRODUÇÃO

As cartas de controle estatístico de processo têm sido amplamente utilizadas desde sua introdução por Shewhart (1926). A maioria das cartas de controle tem procedimentos paramétricos no sentido em que assume-se que a característica de qualidade de interesse segue uma distribuição de probabilidade especificada (usualmente, normal para medidas contínuas ou Poisson para dados de atributos).

A carta de controle de Shewhart consiste em um gráfico com o tempo no eixo horizontal e uma característica de controle (medidas individuais ou estatísticas tais como média ou amplitude) no eixo vertical. O gráfico contém uma linha central (*LC*), representando o valor médio da característica de qualidade, e duas outras linhas horizontais, chamadas limite superior de controle (*LSC*) e limite inferior de controle (*LIC*). Os limites de controle oferecem uma verificação fácil da estabilidade do processo. A amplitude do intervalo entre *LSC* e *LIC* é escolhida de maneira que, quando o processo estiver operando sob controle estatístico, praticamente todos os pontos amostrais estejam em seu interior. A ocorrência de um ponto fora desses limites é interpretada como sinal da presença de causas especiais, uma evidência de que o processo está fora de controle.

As cartas de controle de Shewhart para a média amostral ($\overline{X}$) e para amplitude amostral (*R*) baseiam-se na hipótese de que a distribuição da característica de qualidade é normal ou aproximadamente normal. Quando as cartas de $\overline{X}$ têm limites 3σ para um processo que é normalmente distribuído, a probabilidade de um ponto cair fora dos limites de controle, dado que o processo opera sob controle (taxa de falsos alarmes) é 0,0027. Em muitas ocasiões, entretanto, pode-se duvidar da validade da hipótese de normalidade. Dentre outros autores, Burr (1967), Schilling e Nelson (1976), Balakrishnan e Kocherlakota (1986), Chan, Hapuarachchi e Macpherson (1988), Bai e Choi (1995) examinaram o efeito da não normalidade em cartas de $\overline{X}$ e *R*. Para populações assimétricas, as taxas de falso alarme (α) crescem com o aumento da assimetria. O problema surge a partir da discrepância entre o padrão da variabilidade da distribuição assimétrica e a hipótese de normalidade no cálculo dos limites de controle da carta de Shewhart de $\overline{X}$. Shore (2004) discute as propriedades necessárias às abordagens alternativas na construção de cartas de controle em que é assumido que a distribuição subjacente da característica de qualidade tenha assimetria de moderada a forte.

Há muitas situações em que a amostra consiste de uma única amostra individual, como, por exemplo, quando medidas repetidas do processo diferem unicamente devido a erros de medida [maiores detalhes sobre exemplos dessas situações em Montgomery (2004)]. Em tais situações, é útil a carta de controle para unidades individuais. Roes, Does e Schurink (1993) e Reynolds e Stoumbos (2001a, 2001b) estudaram os aspectos estatísticos das cartas de controle para observações individuais. A hipótese de que a função de distribuição da característica de qualidade seja normal é particularmente arriscada no caso em que são usadas medidas individuais. Assim, há situações práticas que requerem procedimentos alternativos para construção desse tipo de cartas de controle, tendo esse problema recebido uma atenção extensiva na literatura. Stoumbos e Reynolds (2000) estudam os efeitos da não normalidade e da autocorrelação no desempenho de vários cartas de controle de medidas individuais.

Na literatura recente, encontram-se inúmeros trabalhos relacionados com cartas de controle não paramétricas, em que não se assume nenhuma distribuição de probabilidade subjacente (em geral, adota-se a hipótese de continuidade). As cartas de controle não paramétricas possuem muitas vantagens e, em alguns casos, são mais eficientes que suas cartas paramétricas correspondentes. Woodall e Montgomery (1999, 2014) apontam que o aumento da disponibilidade de dados conduziria a um papel cada vez maior de métodos não paramétricos na construção de cartas de controle. Para uma revisão dos procedimentos de cartas não paramétricas propostas como alternativas às cartas paramétricas básicas, univariadas e multivariadas, remete-se o leitor para Chakraborti, Laan e Bakir (2001), Chakraborti, Human e Graham (2011). Vermaat et. al (2003) promovem uma ampla comparação de metodologias para planejamento de cartas de controle para observações individuais, incluindo abordagem por núcleos estimadores. Albers e Kallenberg (2004) estudam o comportamento de cartas de controle não paramétricas e analisam quando e como elas podem ser usados de uma maneira apropriada. Polanski (2005) propõe carta de controle não paramétrica que utiliza núcleo estimador e bootstrap para estimar a densidade da estatística amostral. Mercado, Conerly e Perry (2011) propõem e analisam carta de controle para medidas individuais baseada no núcleo estimador da função quantil.

No presente estudo é considerada a situação não paramétrica para medidas individuais em que a função de distribuição subjacente, denotada por F, embora desconhecida, é unimodal. Por outro lado, Ion e Klaasen (2005) salientam que qualquer carta de controle de Shewhart para medidas individuais é inadequada para densidades com mais de uma moda. É analisado o desempenho de cartas de controle por medidas individuais construídas por intermédio de núcleos estimadores da função de distribuição. São utilizadas três diferentes metodologias para obtenção do parâmetro de suavidade das estimativas por núcleo. A determinação dos limites de controle baseia-se em observações obtidas na denominada Fase I, na qual são coletados os dados da característica de qualidade de interesse, para a estimação dos parâmetros do processo de produção. O comportamento dessas cartas de controle alternativas é comparado com a carta de controle paramétrica tradicional, cujos limites de controle baseiam-se na amplitude móvel média das medidas individuais (Montgomery, 2004).

A estrutura deste trabalho está organizada da seguinte maneira. Na próxima seção definimos as cartas de controle em estudo. A seguir, são apresentados os resultados de um estudo Monte Carlo baseado em 10.000 simulações para vários tamanhos de amostra Fase I e para quatro distribuições, incluídos dois dos conjuntos de misturas de normais propostos por Marron e Wand (1992). Finalmente, apresentamos nossas conclusões e indicamos sugestões para a continuidade dessa pesquisa.

2 METODOLOGIA

Consideraremos as cartas de controle usuais, com um limite inferior de controle (LIC) e um limite superior de controle (*LSC*). Dessa maneira, o processo é considerado fora de controle se o valor medido, X, é menor que *LIC* ou maior que *LSC*.

2.1 Carta de controle tradicional para medidas individuais

Assume-se que a função de distribuição F é normal com média μ e desvio-padrão σ. Então a carta de controle tradicional para medidas individuais tem limites definidos por:

$$\text{LSC} = \mu + \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\sigma \tag{1}$$

e

$$\text{LIC} = \mu + \Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sigma, \tag{2}$$

onde Φ^{-1} é a função quantil da distribuição normal padrão e α é a taxa de falso alarme. Embora μ e σ sejam geralmente desconhecidos, eles podem ser estimados a partir de uma amostra Fase I, X_1, X_2, ..., X_k, de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas. O estimador clássico de μ é:

$$\bar{X}_k = \frac{\sum_{i=1}^{k} X_i}{k}. \tag{3}$$

Os limites de controle da carta de medidas individuais baseados na amplitude móvel (AM) são definidos em Duncan (1965) por:

$$\text{LSC}_{AM} = \overline{X}_k + \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\frac{\sqrt{\pi}}{2}\,\overline{AM}_k \tag{4}$$

e

$$\text{LSC}_{AM} = \overline{X}_k + \Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\frac{\sqrt{\pi}}{2}\,\overline{AM}_k, \tag{5}$$

onde $\overline{AM}_k = \frac{1}{k-1}\sum_{i=2}^{k}|X_i - X_{i-1}|$ é a média das amplitudes móveis das k observações amostrais.

Essa carta controle tende a ter um desempenho razoável para tamanhos moderados de amostra Fase I (Wheeler, 1995).

2.2 Carta de controle para medidas individuais baseada em núcleo estimador

Define-se o núcleo estimador de F, avaliado no ponto x, por:

$$\hat{F}(x) = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} W\left(\frac{x - X_i}{h}\right), \tag{6}$$

onde W é uma função de distribuição de probabilidade acumulada e h é a largura da janela. Por outro lado, uma alternativa para a função quantil amostral convencional é definida por:

$$\hat{F}^{-1}(q) = \inf\left\{x;\ \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} W\left(\frac{x - X_i}{h}\right) \geq q\right\},\ 0 \leq q \leq 1, \tag{7}$$

Assim, os limites de controle da carta de medidas individuais, baseados em núcleo estimador são:

$$\text{LSC}_{NG} = \inf\left\{x;\ \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} W\left(\frac{x - X_i}{h}\right) \geq 1 - \alpha/2\right\} \tag{8}$$

e

$$\mathrm{LIC}_{NG} = \sup\left\{x;\ \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} W\left(\frac{x-X_i}{h}\right) \le \alpha/2\right\}. \tag{9}$$

2.3 Escolha do parâmetro de suavidade

A escolha da janela *h* é mais importante que a escolha do núcleo *W*. Pode-se verificar que quando o parâmetro de suavidade for muito pequeno, o resultado da estimativa da função de distribuição tende a produzir estruturas que apresentam curvas muito irregulares. Já quando é escolhido um valor grande para *h*, o resultado da estimativa da função de distribuição tende a suavizar *F* em excesso.

Neste trabalho utilizaremos o núcleo Gaussiano, ou seja, *W* é a função de distribuição acumulada da normal padrão.

Azzalini (1981) estabelece que a escolha da janela ótima é da forma $h_0 = Ck^{-1/3}$, em que *C* é uma constante que depende de s, o desvio-padrão de *F*.

2.3.1 Método ‘plug-in’ em dois estágios

Uma aproximação comum na seleção automática da janela é obter *h* por meio da minimização do erro quadrático médio integrado de $\hat{F}$, cuja expressão é:

$$\mathrm{MISE}(\hat{F}) = \mathrm{E}\left[\int_{\mathbb{R}}\left(\hat{F}(x) - F(x)\right)^2\right]\,\mathrm{d}x. \tag{10}$$

O método ‘plug-in’ é uma das abordagens possíveis na escolha da janela ótima. Os vários procedimentos disponíveis estimam o valor $\int_{\mathbb{R}}[F''(x)]^2\,\mathrm{d}x$. Essa é a única quantidade desconhecida na expressão do erro quadrático médio integrado assintótico, já que ela depende da função de distribuição que se quer estimar. O método ‘plug-in’ tem a aparente vantagem de, em seu cálculo, não necessitar de rotina de uma otimização. Polansky e Baker (2000) propõem estimador tipo ‘plug-in’ em dois estágios para a janela ótima, demonstrando que ele possui boas propriedades assintóticas em relação aos demais estimadores disponíveis.

2.3.2 Janela de referência normal

A janela de referência normal é um estimador simples do parâmetro de suavidade *h*. No caso de núcleo estimador Gaussiano, sua estimativa é:

$$\hat{h}_{RN} = \left(\sqrt[3]{4}\,\hat{\sigma}\right)\, k^{-1/3}. \tag{11}$$

Silverman (1992) sugere adotar $\hat{\sigma} = \min\left\{S,\ \frac{DIQ}{1{,}349}\right\}$, onde *S* é o desvio-padrão da amostra Fase I e *DIQ* é sua distância interquartílica. Polansky e Baker (2000) salientam que as estimativas de $\hat{h}_{RN}$ serão em geral bem maiores que as verdadeiras no caso em que *F* não seja aproximadamente normal.

2.3.3 Janela robusta de referência normal

No caso da estimação da função de densidade, Zhang e Wang (2009) propõem uma janela de referência normal, robusta a *outliers* e que se adapta a diferentes tipos de distribuição. No caso do núcleo Gaussiano, o estimador de referência normal robusto da janela *h* é dado por:

$$\hat{h}_{RN}(p) = \left(\sqrt[3]{4}\, \hat{Q}_p \right) k^{-1/3}. \quad (12)$$

$\hat{Q}_p$ é o p-ésimo quantil de:

$$\widehat{RQR}_i = \frac{X_{(\underline{i+m})} - X_{(\underline{i-m})}}{\Phi^{-1}(q_i) - \Phi^{-1}(p_i)},\ i = 1, 2, \ldots, k, \quad (13)$$

onde $q_i = \frac{\underline{i+m-0,5}}{k}$, $p_i = \frac{\underline{i-m-0,5}}{k}$ e $m = [n^{1/2}]$, com $[x]$ sendo o maior inteiro menor ou igual a x. Além disso, na Eq. (13), define-se $\underline{x} = x$ se $1 \leq x \leq k$ ou 1, se $x < 1$ ou k, se $x > k$.

$h_{NR}(p)$ torna-se a janela ótima h_o se F é normal, mas, se F não é normal, ela é muito mais próxima de h_o do que a h_{NR} clássica.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste trabalho discutimos três metodologias para a escolha do parâmetro de suavização das estimativas dos limites de controle baseadas em núcleo estimador. O comportamento dessas cartas de controle alternativas é comparado com aquele obtido pela carta de controle paramétrica tradicional, cujos limites de controle baseiam-se na amplitude móvel média das medidas individuais. São simuladas amostras de Fase I da distribuição normal padrão, da distribuição t de *student* com quatro graus de liberdade e das misturas de normais "assimétrica unimodal" e "fortemente assimétrica", estabelecidas por Marron e Wand (1992) [parâmetros das densidades na Tabela 1]. Para cada uma dessas distribuições foi estudado o desempenho das cartas de controle na situação em que o processo de produção opera sob controle. A taxa de alarmes falsos considerada foi $\alpha = 0{,}027$, correspondendo a um número esperado de amostras até um alarme falso (comprimento médio de sequência – *CMS*) de 370,4. Para essa condição, a cobertura da carta de controle é $CBT = P\{LIC \leq X \leq LSC\} = 1 - \alpha = 0{,}9973$.

Utilizamos o software estatístico R (R Core Team, 2013) para o estudo de Monte Carlo. Essa análise baseou-se em 10.000 simulações das distribuições supracitadas, com tamanhos amostrais k = 25, 50, 300 e 500. Em cada caso, foram calculados o limite superior de controle médio (LSC_m), limite inferior de controle médio (LIC_m) e a taxa média de cobertura (CBT_m), por meio das expressões $LSC_m = \frac{1}{10.000}\sum_{i=1}^{10.000} LSC_{NG_i}$, $LIC_m = \frac{1}{10.000}\sum_{i=1}^{10.000} LIC_{NG_i}$ e $CBT_m = \frac{1}{10.000}\sum_{i=1}^{10.000} CBT_i$, respectivamente. A estimativa correta do comprimento médio da sequência, com o processo sob controle, foi obtida por: $CMS_m = \frac{1}{10.000}\sum_{i=1}^{10.000} \frac{1}{1-CBT_i}$. O procedimento foi repetido para os três critérios de seleção da janela discutidos na Seção 2. Utilizamos a biblioteca *kerdiest* (Del Rio e Perez, 2012) para a estimação 'plug-in' da janela ótima por meio do procedimento em dois estágios, proposto por Polansky e Baker (2000). Foi desenvolvida função em R para a determinação da estimativa por núcleo estimador do quantil de interesse.

Tabela 1: Parâmetros para as densidades das misturas de normais.

Densidade	$w_1 \mathrm{N}(\mu_1, \sigma_1^2) + \cdots + w_m \mathrm{N}(\mu_m, \sigma_m^2)$
Assimétrica unimodal	$\frac{1}{5}\mathrm{N}(0,1) + \frac{1}{5}\mathrm{N}\left(\frac{1}{2}, \left(\frac{2}{3}\right)^2\right) + \frac{3}{5}\mathrm{N}\left(\frac{13}{2}, \left(\frac{5}{9}\right)^2\right)$
Fortemente assimétrica	$\sum_{j=0}^{7} \frac{1}{8}\mathrm{N}\left(3\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^j - 1\right\}, \left(\frac{2}{3}\right)^{2j}\right)$

Os resultados das estimativas encontradas do erro quadrático médio (*EQM*), relacionados com os limites de controle das distribuições simétricas e assimétricas estão apresentados respectivamente nas Tabela 2 e Tabela 3. Verifica-se que as estimativas do *EQM* diminuem quando o tamanho da amostra aumenta. Os limites de controle construídos pelo método da amplitude móvel apresentam *EQM*'s menores no caso das distribuições simétricas, embora seu desempenho não se diferencie muito daquele obtido pelas cartas alternativas. Por outro lado, no caso das distribuições assimétricas, os *EQM*'s dos limites de controle da carta tradicional são significativamente maiores que os obtidos pelas cartas baseadas em núcleo estimador. Ainda para as distribuições assimétricas, salienta-se que os *EQM*'s dos limites de controle construídos pelas cartas baseadas em núcleo estimador aproximam-se daqueles obtidos pela distribuição normal. A distribuição *t* apresentou *EQM*'s bastante elevados em comparação com as demais distribuições, embora estejam bastante próximos entre si. No caso das distribuições assimétricas, os menores EQM referentes ao limite superior de controle são atingidos pelas estimativas por núcleo com janela de referência robusta. Por outro lado, quando considerado o limite inferior de controle, os menores EQM's são obtidos pelas estimativas por núcleo com janela de referência normal. no caso das distribuições assimétricas.

Tabela 2: Estimativas do erro quadrático médio dos limites de controle – Distribuições simétricas

		N(0, 1)				t_4			
	k	25	50	300	500	25	50	300	500
LSC_m	AM	0,342	0,168	0,028	0,017	8,194	6,051	4,454	4,309
	h_{PB}	0,330	0,212	0,123	0,107	8,718	7,737	8,584	11,296
	h_{RN}	0,372	0,255	0,129	0,111	9,201	7,952	8,585	11,293
	$h_{RN}(p)$	0,323	0,219	0,125	0,108	9,072	7,850	8,583	11,293
LIC_m	AM	0,337	0,169	0,028	0,017	8,209	6,054	4,455	4,306
	h_{PB}	0,340	0,218	0,122	0,106	8,642	7,532	7,081	10,651
	h_{RN}	0,381	0,260	0,128	0,110	9,134	7,742	7,083	10,649
	$h_{RN}(p)$	0,332	0,224	0,124	0,107	8,988	7,648	7,081	10,648

Na maioria dos casos, as cartas de controle para medidas individuais baseados em núcleo estimador têm valores de *CMS* comparáveis aos valores desejados quando os limites de controle são estimados a partir de amostras distribuídas normalmente (Tabela 4). Quando a amostra provém das outras distribuições, o CMS_m mostra-se sensível ao tamanho amostral, embora seus valores estejam mais próximos do valor desejado no caso das distribuições assimétricas (Tabela 5). Para todas as distribuições estudadas, verifica-se que, quando o tamanho amostral aumenta, resultados amostrais se aproximam um dos outros. As cartas de controle por núcleo estimador construídas com a janela de referência normal robusta têm um desempenho bastante razoável, enquanto que os CSM_m's das cartas contruídas com a amplitude móvel têm um comportamento bastante ruim no caso das distribuições assimétricas.

Tabela 3: Estimativas do erro quadrático médio dos limites de controle – Distribuições assimétricas.

		Assimétrica unimodal				Fortemente assimétrica			
	k	25	50	300	500	25	50	300	500
LSC_m	*AM*	1,609	1,595	1,588	1,590	5,018	4,500	4,986	4,984
	h_{PB}	0,161	0,092	0,064	0,063	1,531	0,927	0,255	0,201
	h_{RN}	0,157	0,102	0,066	0,064	1,867	1,058	0,255	0,200
	$h_{RN}(p)$	0,144	0,088	0,063	0,062	1,259	0,689	0,223	0,178
LIC_m	*AM*	2,956	2,948	2,941	2,944	1,112	1,088	1,066	1,064
	h_{PB}	0,750	0,527	0,197	0,161	0,512	0,204	0,025	0,021
	h_{RN}	0,874	0,591	0,201	0,163	0,214	0,105	0,025	0,023
	$h_{RN}(p)$	0,805	0,543	0,196	0,160	1,120	0,685	0,164	0,107

Tabela 4: Medidas médias de desempenho com processo sob controle – Distribuições simétricas.

		N(0, 1)				t_4			
	k	25	50	300	500	25	50	300	500
CBT_m (0,9973)	*AM*	0,9972	0,9972	0,9973	0,9973	0,9895	0,9903	0,9975	0,9975
	h_{PB}	0,9972	0,9968	0,9974	0,9977	0,9863	0,9897	0,9971	0,9981
	h_{RN}	0,9952	0,9954	0,9972	0,9976	0,9855	0,9895	0,9971	0,9981
	$h_{RN}(p)$	0,9964	0,9964	0,9973	0,9977	0,9855	0,9896	0,9971	0,9981
CMS_m (370,4)	*AM*	354,6	359,0	370,2	372,4	95,6	104,1	351,5	374,8
	h_{PB}	360,5	313,3	380,7	430,3	72,7	97,5	347,8	536,6
	h_{RN}	210,1	219,5	356,9	418,4	68,8	95,0	347,8	536,5
	$h_{RN}(p)$	279,3	275,4	375,3	427,9	68,9	95,9	347,9	536,5

4 CONCLUSÕES

Os resultados desse estudo por simulação indicam que as cartas de controle para medidas individuais não paramétricos discutidos têm bom desempenho ao estimar as caudas de distribuições assimétricas. As estimativas obtidas são próximas, em média, dos verdadeiros valores dos quantis e são melhores que aqueles oferecidos pela carta de controle tradicional (amplitude móvel).

Em continuidade a nossa pesquisa, recomenda-se a verificação da variabilidade dessas estimativas, para avaliação do desempenho quanto à previsibilidade do *CMS* do processo de produção sob controle. É importante também avaliar o comportamento dessas cartas no monitoramento de processos de produção fora de controle.

Em geral, as estimativas por núcleo estimador são bastante sensíveis ao se estimar quantis localizados nas extremidades das distribuições. Por esse motivo, ao invés dos critérios globais para seleção do parâmetro de suavidade sutilizados neste trabalho, pode-se mostrar mais eficiente adotar um critério de escolha local da janela, em direção ao proposto por Mercado, Cornely e Perry (2011).

Tabela 5: Medidas médias de desempenho com processo sob controle – Distribuições assimétricas.

		Assimétrica unimodal				Fortemente assimétrica			
	k	25	50	300	500	25	50	300	500
CBT_m (0,9973)	AM	0,8859	0,8853	0,8858	0,8867	0,6030	0,6034	0,6020	0,6018
	h_{PB}	0,9938	0,9947	0,9972	0,9977	0,9905	0,9934	0,9977	0,9983
	h_{RN}	0,9918	0,9936	0,9971	0,9976	0,9863	0,9920	0,9977	0,9983
	$h_{RN}(p)$	0,9932	0,9946	0,9972	0,9977	0,9941	0,9960	0,9983	0,9986
CMS_m (370,4)	AM	8,8	8,7	8,8	8,8	2,5	2,5	2,5	2,5
	h_{PB}	160,4	189,2	352,8	426,1	104,9	151,5	443,6	584,3
	h_{RN}	121,5	156,0	339,2	419,5	73,1	124,7	442,6	592,7
	$h_{RN}(p)$	146,6	186,2	358,1	429,3	170,0	253,1	590,0	721,1

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à PROPESQ/UFJF, que financiou a bolsa de iniciação científica de Alan de Paiva Loures, no âmbito do XXVI Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica BIC/UFJF – 2013/2014.

REFERÊNCIAS

Albers, W. e Kallenberg, W. C. M., 2004. Empirical non-parametric control charts: estimation effects and corrections. *Journal of Applied Statistics*, vol. 31, n. 3, pp. 345-360.

Azzalini, A., 1981. A note on the estimation of a distribution function and quantiles by a kernel method. *Biometrika*, vol. 68, pp. 326-328.

Bai, D. S. e Choi, I. S., 1995. $\overline{X}$ and *R* charts for skewed populations. *Journal of Quality Technology*, vol. 27, n. 2, pp. 120-131.

Balakrishnan, N. e Kocherlakota, S., 1986. Effects of non-normality on $\overline{X}$ charts: single assignable cause model. *Sankya B*, vol. 48, pp. 439-444.

Burr, I. W., 1967. The effect of non-normality on constants for $\overline{X}$ and *R* charts. *Industrial Quality Control*, vol. 24, pp. 563-569.

Chakraborti, S.; Human, S. W. e Graham, M. A., 2011. Nonparametric (Distribution-Free) Quality Control Charts. In *Handbook of Methods and Applications of Statistics: Engineering, Quality Control, and Physical Sciences*, Balakrishnan, N., ed., pp. 298-329. John Wiley & Sons.

Chakraborti, S.; Laan, P. e Bakir, S. T., 2001. Nonparametric control charts: an overview and some results. *Journal of Quality Technology*, vol. 33, n. 3, pp. 304-315.

Chan, L. K.; Hapuarachchi, K. P. e Macpherson, B. D., 1988. Robustness of $\overline{X}$ and *R* charts. *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 37, pp. 117-123.

Del Rio, A. Q. e Perez, G. E., 2012. Nonparametric kernel distribution function estimation with kerdiest: an R package for bandwidth choice and applications. *Journal of Statistical Software*, vol. 50, n.8, pp. 1-21.

Duncan, A. J., 1986. *Quality Control and Industrial Statistics*. Irwin.

Ion, R. A. e Klaassen, C. A. J., 2005. Non-parametric Shewhart control charts. *Nonparametrics Statistics*, vol. 17, n. 8, pp. 971-988.

Marron, J. S. e Wand, M. P., 1992. Exact mean integrated squared error. *The Annals of Statistics*, vol. 20, pp. 712-736.

Mercado, G. R.; Conerly, M. D. e Perry, M. B., 2011. Phase I control charts based on kernel estimator of the quantile function. *Quality and Reliability Engineering International*, vol. 27, n. 8, pp. 1131-1144.

Montgomery, D. C., 2004. *Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade*, 4ª. ed.. LTC.

Polansky, A. M., 2005. A general framework for constructing control charts. *Quality and Reliability Engineering International*, vol. 21, n. 6, pp. 633-653.

Polansky, A. M. e Baker, E. R., 2000. Multistage plug-in bandwidth selection for kernel distribution function estimates. *Journal of Statistical Computation and Simulation*. vol. 65, pp. 63-80.

Reynolds, M. R. Jr. e Stoumbos, Z. G., 2001. Monitoring the process mean and variance using individual observations and variable sampling intervals. *Journal of Quality Technology*, vol. 33, pp. 181-205.

Reynolds, M. R. Jr. e Stoumbos, Z. G., 2001. Individual control schemes for monitoring mean and variance of process subject to drifts. *Stochastic Analysis and Applications*, vol. 19, pp. 863-892.

R Development Core Team, 2014. R: a language and environment for statistical computing. *R Foundation for Statistical Computing*.

Roes, K. C. B.; Does, R. J. M. M. e Schurink, Y., 1993. Shewhart-type control charts for individual observations. *Journal of Quality Technology*. vol. 25, pp. 188-198.

Schilling, E. G. e Nelson, P. R., 1976. The effect of non-normality on the control limits of $\overline{X}$ charts. *Journal of Quality Technology*, vol. 8, pp. 183-188.

Shewhart, W. A., 1926. Quality Control Charts. *Bell Systems Technical Journal*, vol. 5, n. 4, pp. 593-603

Shore, H., 2004. Non-normal populations in quality applications: a revisited perspective. *Quality and Reliability Engineering International*, vol. 20, n. 4, pp. 375–382.

Silverman, B. W., 1992. *Density Estimation for Statistic and Data Analysis*. Chapman & Hall.

Stoumbos, Z. G. e Reynolds, M. R. Jr., 2000. Robustness to non-normality and autocorrelation of individuals control charts. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, vol. 66, pp. 145-187.

Vermaat, M. B.; Ion, R. A.; Does, R. J. M. M. e Klaassen, C. A. J., 2003. A Comparison of Shewhart individuals control charts based on normal, non-parametric, and extreme-value theory. *Quality and Reliability Engineering International*, vol. 19, pp. 337-353.

Wheeler, D. J., 2004. *Advanced Topics in Statistical Process Control*. SPC Press.

Woodall, W. H. e Montgomery, D. C., 1999. Research issues and ideas in statistical process control. *Journal of Quality Technology,* vol. 31, pp. 376-386.

Woodall, W. H. e Montgomery, D. C., 2014. Some current directions in the theory and application of statistical process monitoring. *Journal of Quality Technology*, vol. 46, n. 1, pp. 1-94.

Zhang, J. e Wang, X., 2009. Robust normal reference bandwidth for kernel density estimation. *Statistica Neerlandica*, vol. 63, n. 1, pp. 13-23.