

Lista nº 2 – Distribuições Marginais e Condicionais

1. (Ex.: 6.1, pág. 134). Suponha que a seguinte tabela represente a distribuição de probabilidade conjunta do vetor aleatório discreto (X, Y) . Calcule todas as distribuições marginais e as condicionadas.

Y	X		
	1	2	3
1	1/12	1/6	0
2	0	1/9	1/5
3	1/18	1/4	2/15

2. (Ex.: 6.2, pág. 134). Suponha que o vetor aleatório bivariado (X, Y) tenha função de densidade de probabilidade conjunta dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} kx(x - y) & , \text{ para } 0 < x < 2; -x < y < x. \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases}$$

- Calcule a constante k .
 - Determine a função de densidade de probabilidade marginal de X .
 - Determine a função de densidade de probabilidade marginal de Y .
3. (Ex. 6.3, pág. 134). Suponha que a função de densidade de probabilidade conjunta da variável aleatória bidimensional (X, Y) seja dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 + \frac{xy}{3} & , \text{ para } 0 < x < 1; 0 < y < 2. \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases}$$

Calcule o seguinte:

- $P\{X > 1/2\}$
 - $P\{Y < X\}$.
 - $P\{Y < 1/2 | X < 1/2\}$.
4. (Ex.: 6.4, pág. 135). Suponha que duas cartas sejam tiradas ao acaso de um baralho de cartas. Seja X o número de ases obtido e seja Y o número de damas obtido.
- Estabeleça a distribuição de probabilidade conjunta de (X, Y) .
 - Determine a distribuição marginal de X e a de Y .
 - Estabeleça a distribuição condicionada de X (dado Y) e a de Y (dado X).
5. (Ex.: 6.14, pág. 136). Suponha que a função de densidade de probabilidade conjunta de (X, Y) seja dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-x} & , \text{ para } x > 0; y > x. \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases}$$

- Determine a função de densidade de probabilidade marginal de X .
 - Determine a função de densidade de probabilidade marginal de Y .
 - Calcule $P\{X > 2 | Y < 4\}$.
6. Seja a função de densidade de probabilidade conjunta dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} k e^{-(3x+2y)} & , \text{ para } 0 < y < x < \infty. \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases}$$

- Determine o valor de k . *Resp.: 15.*
- Determine a função de densidade de probabilidade marginal de X .
- Determine a função de densidade de probabilidade marginal de Y .

7. Seja a função de densidade de probabilidade conjunta dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \alpha e^{-(\lambda_1 x + \lambda_2 y)} & , \text{ para } 0 < x < y < \infty. \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases}$$

- a. Determine o valor de k . *Resp.*: $\alpha = \lambda_1 + \lambda_2$.
- b. Determine a função de densidade de probabilidade marginal de X .
- c. Determine a função de densidade de probabilidade marginal de Y .

Fonte: MEYER, P. L. *Probabilidade: aplicações à estatística*. Rio de Janeiro: LTC, 2012.